

کتابخانہ تصفیہ سید کا علی حیدر آباد کراچی

۱۹۵۵ء

نمبر دہا

تاریخ تحویل

نام کتاب

غیر کتاب

منبر کتاب غن مذکور

الغزیرہ الوصفیہ

ریاضی

۸۰

2397
2/8/19

CHIEF



الحمد لله الذي ملا فراغ الوجود بأشكال مصنوعاته * وتنزه عن سمات
الجوهر والعرض في قديم ذاته وصفاته * ابرزالعالم من بديع اختراعه على خط
استواء * فسطح امتداد الارضين على اجسام الهواء * ورفع السماء متباعدة
الابعاد بلا عمد * فكانت الكائنات محكمة الاثقان على وفق ما اراد * والمصلاة
والسلام على مسقط نقطة قلم الرسالة * ومهبط وحى الحكمة والجمال والجلاله *
سيدنا محمد الذي تقاطعت على بعد سيفه اعناق الكافرين * وعلى آله واصحابه
وعترته وحزبه المغلطين * اما بعد فيقول الفقير الى مولاه الممجد * راجي عفو
البيوي محمد * انه لما صدر الامر الكريم بالارتحال * في تحصيل المعارف التي
بها تفاضل الرجال * من سدة صاحب السعادة والتمكين * ورحمى حمية الاسلام
والمسلمين * من انام الانام على بساط الامان * وجعلهم في نيل وايات العدل
والاحسان * عز يزمره ومهد الشام والجاز واليمن * بعناية من عليه

بأبي السعادة من الغنى من تسميها ثلث من الكمال * الحرية مكارم
اخلاقه بقول من قال

ماذا أقول وكيف القول في ملأ * قد فاق كل ملوك الأعصر الأول
محمد أنت أن أجده لم يتهللا * وإن طلبت لك العلياء أنت على
ولله در القائل

لست أنسبك أجلا لا وتكرمة * فقد رك المعالي عن ذلك يكفيني
إذا نفردت وما شورك في صفة * فحبينا الوصف أيضا وبيدنا
إطال الله ببقائه أيامه * ولا انجد إلا في رقاب أعدائه حسامه * وجعل تصاريق
الأقدار من بجله جنده * ووهب له ملكا لا ينبغي لأحد من بعده
آمين آمين لا أرضى بواحدة * حتى يبلغها الغين آمين
وكنت قد بلغت لوجوب امتثال ذلك الأمر حد التكليف * حيث طبعت على
حب المعرفة ولم يكن لأذاقي غير التغنى باسمها تشويق * فأندرجت مع من شعر
عن ساق الارتحال * وتوجهنا إلى مدينة ياريز لتحصيل من أيا الكمال * علمنا
بأن ذلك يكون عنة للمسلمين * وزيادة في قوة من اعتصم بحبل الله المتين * ولما
دخلناها اختار كل منا أي فن اراده * وبذل همته فيه واجتهاده * وتبعنا
مدارسها * ولأزمننا فلا سفها * حتى استخرجنا خبايا مطالب العلوم المندرس *
واختصصت بالتصدي لعلم الهندسة * فاجتهدت في دراستها * ولا زلت فحول
مدارسها * حتى نظروني بعين الاعتبار * بعد أن اختبروني في غاية الاختبار *
واحضروني في مجالس الامتحان غير مرة * واتفقت على اعتراف لي كلمة أهل
النبره * فأعطوني أمانة من اشتمل من العرفان بردياته * وتلك الأمانة رقة غزال
فيه ختم ملكهم ووزرائه * ومن دواعي العناية والاسعاف * وبين السعادة
ونخفي الإطاف * أنه كان الناظر علينا في ارتقاء درج تلك المعالي * حضرة
مختار بك رئيس المجلس العالي * فكان يتعهد تعليقا بالغدو والاتصال * وبذل
الجهد في تبليغ الآمال * حتى من الله علينا بحصول المراد * فحمدناه جدا
بوذن بالازدياد * ثم انصرف سعي بخالص النية مشكورا * ورجعت إلى أهلي

بما ظفرت مسرورا * ثم كبريت عنوان صحايف اسفاري * وبجمل ما اتقنت
معرفته في اسفاري * على بهجة الزمان * وغظم مظم العرقان * ^{امير الامراء}
ادهم بك مدير عموم المهمات الحربية * ومركز دوائر افلاك الصا ^{ية}
والعملية * فكنت في ذلك مكن قابل الصباح بالمصباح * او واجه القريضة
بالمباح * فقلت في نفسي اين المجة من الوجه * هشتان بين التعاسيف والمحجة *
واقفيت حسن آثاره * واقتديت من ساطع انواره * حتى عرفني حقايق
الاصطلاحات * وبين في تفاصيل المجلات * واوضح لي ايها ما اشكل * وسهل لي
صعوبة ما اعضل * ولما وصلت بحسن ارشاده الى هذه الغاية * شرحت
في افادة ما عندي من الدراية * واخترت هذا الكتاب في الهندسة

الوصفية * و اردت ان اترجمه من اللغة الفرنسية الى اللغة

العربية * لانه مع قلة حجمه كثير الافاده * ليس

لاقليدس من كنز جوهره الاقلاد ~~من~~

وهذا وان الشروع في المرام *

ونسأل الله حسن

الختام

(مقدمة)

الهندسة الأصعبية تحتوى على ثلاث منافع الاولى رسم الاجسام على سطوح مستوية معناها ان الجسم الذى له ثلاثة ابعاد يمكن رسمه على السطح المستوى الذى ليس له الا بعدان الثانية رسم البلاد على سطح بسيط واحد الثالثة معرفة الاشياء من بعد رسمها .

جميع الاجسام يمكن النظر اليها كأنها مركبة من نقطة واحدة ولذلك يلزم ان ينتهى بوجود موضع نقطة في الفراغ اعنى جوف الهواء فحيث ان الفراغ لا حدود له بل هو متشابه من جميع الجهات يحتاج ان نجعل وجود تلك النقطة التى في الفراغ بطريقة لا تكون لازمة للفراغ نفسه والمقصود شرح الطريقة السهلة التى تدل على وجود نقطة في الفراغ فلا جل ذلك يعرف انه يوجد ثلاث طرائق لادراك النقطة في الفراغ الاولى من بعد ادرال ابعاد هذه النقطة لنقطته معلومة في الفراغ الثانية من بعد ادرال ابعاد هذه النقطة الى خطوط مستقيمة ايضا معلومة في الفراغ الثالثة من بعد ادرال ابعاد هذه النقطة الى سطوح مستوية مفروضة ايضا في الفراغ فالطريقة الاولى ينبغي لها رسم كرات ووجود خطوط تقاطعها والطريقة الثانية تحتوى ايضا على رسم اسطوانات ووجود خطوط تقاطعها فهذه الطريقة اعظم صعوبة من الطريقة الاولى واما الطريقة الثالثة فلا تحتاج الا الى رسم سطوح مستوية فقط متوازية للسطوح المذكورة بالابعاد المعلومة فحيث ان رسم السطوح اسهل من رسم الاجسام التى ذكرت سابقا في بيان الطريقتين الاولىين يحتاج ان نستعمل الطريقة الاخيرة وان كان ليس كمال استعمالها في علم تطبيق الجبر بالهندسة لمعرفة نقطة في الفراغ فإلى اظهر الهندسة الى . . . فنة كان مراده الاختصار فاكفى بسطحين عوضا عن الاحتياج الى سطوح لاجل وجود نقطة في الفراغ ولذلك صارت الهندسة . . . بة ولكن افاء . . . الى التعب الذى يحصل . . .

للأنس

في بيان تعاريف الهندسة الوصفية

١ الخط الذي يسمى خطا راسيا هو العمود الواقع على سطح الماء نرا كد كما المحيط او الخط الذي يتبع الجسم في وقوعه من اعلى الى اسفل والخط العمود على الخط للمذكور يسمى خطا افقيا

٢ الخط المنسوب لنقطة او جسم له نقط مكلفة بقاعدة واحدة يسمى رسما هندسيا مثلا الرسم الهندسي المنسوب لمراكزالدوائر المتقاطعة بنقطتين معلومتين * هو الخط العمود على الخط الواصل بين النقطتين المذكورتين وكذلك الرسم الهندسي الحاصل من المعادلة * ف (م م ص) = .. هو الخط المركب من النقط المنتهية من قيمتي م م و ص اللتين يعملان للمعادلة المذكورة

٣ موقع العمود النازل من نقطة على سطح يسمى مسقطا لهذه النقطة ومسقط خط على سطح هو الخط المركب من جميع مواقع العواميد النازلة من جميع نقط الخط المرقوم على السطح المذكور (شكل ١) النقطة والخط يمكن اسقاط كل منهما على سطح من غير انزال عمدان على هذا السطح ولكن يلزم ان تكون الخطوط النازلة على السطح موازية لخط منحرف او ماثل على سطح المسقط

٤ السطوح المسقوطة عليها تسمى سطوح المسقط فلاجل ان تشرح على استعمال المساقط يلزم ان نبتدأ بالشيء الاسهل مسقطا وهو النقطة ولذلك يفرض في الفراغ سطحا مستويا وعمودان على بعضهما وتتمايزهما من بعضهما بتسمية الاول سطح افقيا والثاني سطحا رأسيا وهذا السطحان يسمىان ايضا سطح المسقط وخط تقاطعهما يسمى خط الارض او فصلا مشتركا مسقط النقطة التي في الفراغ على السطح الافقي يسمى المسقط الافقي لهذه النقطة وكذلك مسقطها على السطح الرأسي يسمى المرقط الرأسي وايضا مسقط خط على السطح الافقي يسمى المسقط الافقي لهذا الخط ومسقطه على السطح الرأسي يسمى المسقط الرأسي للخط المذكور واما السطوح لستوية فخط

تقاطع: ثم مع السطح الأفقي يسمى الاثر الأفقي لهذا السطح وخط تقاطع
السطح الرأسى يسمى اثر رأسيا للسطح المذكور.

• **ملاحظة:** تقاطع نقطة في الفراغ على سطحى المسقط يمكن ادراكه موضع هذه
النقطة: باقامة عمودين على هذين السطحين من هذين المسقطين فنقطة تقاطع
هذين العمودين هي النقطة المطلوبة بحيث ان هذه النقطة يلزم ان توجد
على كل من العمودين المذكورين (شكل ٢).

اذا وجدت نقطتان على سطحى المسقط فعلى البالد ~~تكونا~~ حدثتين
من نقطة واحدة في الفراغ ويفهم ذلك بانزال عمود على خط الارض
من كل واحدة من النقطتين المذكورتين فاذا كان هذان العمودان
يتقابلان في نقطة واحدة على خط الارض يعلم من ذلك ان النقطتين حادثتان
من نقطة واحدة واذا لم يحصل ذلك فهاتان النقطتان ليستا مسقطى نقطة
واحدة والاثبات على ذلك حيث ذكر سابقا انه اذا علم مسقطى نقطة
في الفراغ على سطحى المسقط فتوجد هذه النقطة باقامة عمودين على
هذين السطحين من تقاطع المسقط فنقطة التقاطع هي النقطة المطلوبة لانه اذا
قدرنا سطحاً ما راها هذين العمودين فهذا السطح يصير عموداً على سطحى المسقط
وكذلك على خط تقاطعهما فخط تقاطع السطح المذكور مع سطحى المسقط
يصير ان ايضاً عمودين على خط الارض ويتقاطعان بنقطة واحدة على هذا
الخط فهذا البرهان هو المطلوب

العمود النازل من المسقط الرأسى على خط الارض هو مقدار ارتفاع النقطة
الفراغية على السطح الأفقي والعمود النازل من المسقط الأفقي على خط الارض
هو مقدار ارتفاع النقطة في الفراغ على السطح الرأسى لان هذين العمودين
موازيان ومساويان للعمودين النازلين من النقطة الفراغية على سطحى
المسقط حيث ان الجميع اضلاع مستطيل واحد

(شكل ٢) اذا كانت نقطة على سطح من سطحى المسقط تكون مسقطها
لتقسها على ذلك السطح ومسقطها على السطح الاخر هو موقع العمود

النازل منها على خط الأرض

٦ وقد يعلم مقدار خط وموضعه في الفراغ من بعد ادراك مسقطيه عن سطح المسقط (شكل ٣) لانتنا اذا فرضنا نقطة a من الخط الفراغي المجهول وانزلنا على السطح الافقي عمودا من هذه النقطة فنجد مسقطها الافقي b على المسقط الافقي الذي هو m للخط المجهول واذا انزلنا من نقطة c النقطة المجهولة عمود d على خط الأرض واقنا من نقطة e ايضا عمودا على هذا الخط فهذا العمود يقطع المسقط الرأسى بنقطة s فنقطتا b و s هما مسقطا نقطة a المجهولة وبالعكس نقطة a مسقطا هما b و s فهاذا كثرناه على المسقط الافقي يمكن ايجازه على المسقط الرأسى فيفهم من ذلك انه اذا فعلنا بجميع نقط المسقطين وهما m و h و h و h كما فعل بنقطتي s و s اعنى نجث عن النقط المطابقة لنقطة في الفراغ وبعد وجودها نقيم منها عمودا على سطح المسقط فتقاطع كل عمودين قائمين من نقطتين مطابقتين يحدث نقطة في الفراغ من الخط اللازم فالخط المركب من تلك النقط هو الخط المطلوب

٧ الى الان قد استعملنا سطحين لمعرفة نقطة او خط في الفراغ من بعد ادراك مسقطيهما على هذين السطحين ولا يمكن هذا اليس هو المقصود بل المراد وجودهما باستعمال سطح مستو واحد فلاجل بلوغ المراد نفرض ان السطح الرأسى يدور حول خط الأرض الذي هو خط تقاطع سطح المسقط كباب طابقة حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقي (شكل ٤) ففي هذه الدورة مسقط s الرأسى لنقطة m في الفراغ يرسم قوس دائرة s ثم نحيث ان خط s لم ينزل عمودا على خط الأرض دائما يحتاج ان مسقطي f و s يصيران على دائرة حلقية على خط الأرض

الشكل المسطح المستوي الذي يورى جسم يسمى r رءوسها لهذا الجسم فلاجل معرفة الاجسام المرسومة على سطح مستوي لازم ان

ينظر السطح الرأسى كانه رجع الى حالته الاولى اعنى عمودا على السطح الافقى
(ش. ٥ قوس)

دعنا قد ذكرنا فيما مر ان الهندسة الوصفية تحتاج الى سطحين مستويين ولكن
لم نذكر ما السبب في ذلك والسبب علمنا انه تستعمل ثلاثة سطوح مستوية لوجود
نقطة في الفراغ في علم تطبيق الجبر على الهندسة لان معرفة كل مسقط على
سطح تحتاج الى خطين عمودين على بعض مثل معرفة المسقط الرأسى يلزم
خطا $اس$ و $اص$ عمودين على بعض (شكل ٥٠)

وكذلك المسقط الافقى يلزم له خطا $ا$ و $اط$ عمودين على بعض ولذا
خطا $اص$ و $واط$ يحدثان بينهما سطحا مستويا ثالثا فهذا السطح
هو اللازم لعلم تطبيق الجبر على الهندسة ولكن لا فائدة له في الهندسة الوصفية
قد فرضنا ان السطحين المستعملين في علم الهندسة الوصفية غير محدودين
ولكن يحدث بينهما اربع زوايا كل نقطة فراغية يوجد لها موضع في احدى تلك
الزوايا فيحتاج البحث على وجود هذه النقطة في اى زاوية كانت بعد ادراك
مسقطيها على السطحين المذكورين

اولا اذا فرض ان نقطة $م$ التي في الفراغ موضوعة في الزاوية العليا التي على اليمين
(شكل ٧) فسقطها الرأسى والافقى هما $ف$ و $س$ فاذا قدرنا ان السطح
الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقى ففي
هذه الدائرة نقطة $س$ ترسم قوس دائرة وتقع على نقطة $س$ فسقطا
النقطة المذكورة يكونان على سطحى المسقط كما في (شكل ٨)

ثانيا اذا كانت نقطة $م$ التي في الفراغ موضوعة في الزاوية العليا التي على
الشمال (شكل ٩) فسقطها الرأسى والافقى هما $ف$ و $س$
في الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا
واحدا مع السطح الافقى وفي هذه الدائرة نقطة $س$ ترسم قوس دائرة
وتقع على نقطة $س$ فسقطا النقطة المذكورة يكونان على سطحى المسقط
كما في (شكل ١٠)

ثالثا اذا فرض ان نقطة م التي في الفراغ موضوعة في الزاوية السفلى التي على اليمين (شكل ١١) فسقطاها الرأسى والافقى هما ف و هـ فاذا قدرنا ان السطح الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقى ففي هذه الدورة نقطة هـ ترسم قوس دائرة وتقع على هـ فسقطا النقطة المذكورة يوجدان على سطحى المسقط كما في (شكل ١٢)

رابعا اذا فرضنا ان نقطة م التي في الفراغ موضوعة في الزاوية السفلى التي على الشمال (شكل ١٣) فسقطاها الرأسى والافقى هما ف و هـ فاذا قدرنا ان السطح الرأسى يدور حول خط التقاطع حتى يصير سطحا واحدا مع السطح الافقى ففي هذه الدورة نقطة هـ ترسم قوس دائرة وتقع على نقطة هـ ويوجد مسقطا النقطة المذكورة على سطحى المسقط كما في (شكل ١٤)

١٠ مسقط الخط المستقيم على سطحى المسقط هما خطان مستقيمان (شكل ١٥)

ولاجل ان تثبت تحقيق هذه القاعدة نفرض انزال عمود ا م من نقطة م حيث ما اتفق من نقط الخط الذي في الفراغ على السطح الافقى وتنشئ سطحا بهذا العمود وبالخط المعلوم فهذا السطح يصير عمودا على السطح الافقى ويقطعه في خط ا ب فاذا قلنا عمودا على السطح الافقى من كل من نقط ا ب فهذه العمودا تصير داخل السطح المذكور وتنتهى الى نقط الخط المعلوم وبالعكس اذا انزلنا عمودا على السطح الافقى من نقط الخط المعلوم فواقعها على هذا السطح فوجد على خط تقاطع السطح العمودى مع السطح الافقى (يند ٣) فن ذلك يفهم حقيقة الشرح الذى ذكر سابقا

يشار الى نقطة في الفراغ بهذه الاشارة (ا ب) في الهندسة الوصفية ومعناها النقطة التي مسقطاها ا و ب وكذلك الخط يشار اليه بهذه الاشارة (ا ب ج د) ومعناها الخط في الفراغ الذى مسقطاه ا ب ج د

السطح المار بخط في الفراغ وبعمود نازل من نقطة من هذا الخط يسمى سطحاً
مستقيماً على السطح المسقطي

١٢٠ إذا كان خط موازياً للسطح من سطحى المسقط فسقطه على السطح الثاني
هو خط مواز لخط الأرض لانه اذا فرضنا سطحاً سقوطاً من الخط المعلوم فهذا
الخط يصير موازياً للسطح المسقطي المذكور وخط تقاطعه بهذا السطح هو
خط مواز لخط الأرض لان خطي تقاطع سطحين متوازيين بـ سطح ثالث هما
متوازيان فهذه القاعدة تجري على خط مستقيم وخط قوس مستوي

١٢١ إذا كان خط مستقيم عموداً على سطح من سطحى المسقط فسقطه على
ذلك السطح يكون نقطة ومسقطه على السطح الثاني يكون خطاً عموداً
على خط الأرض فالاثبات على القاعدة الاولى ظاهر ولما القاعدة الثانية
فشرحها هو الاتي نفرض خط ab عموداً على السطح الراسي (شكل ١٦)
وننزل عموداً على السطح الافقي من نقطة c فالسطح المسقوط المنشأ
من هذين العمودين يكون عموداً على سطحى المسقط وكذلك على خط
تقاطعهما الذي هو خط الأرض فجميع الخطوط المرسومة على السطح المذكور
هي عموداً على خط الأرض وكذلك مسقطا الخط المذكور وهذا
هو المطلوب

إذا كان خط عموداً على سطح من سطحى المسقط فهذا الخط هو مسقط نفسه على
ذلك السطح ومسقطه على السطح الثاني هو جزء من خط الأرض محصور بين
العمودين النازلين من طرفيه على خط الأرض

١٢٢ إذا كان خطان متوازيين في الفراغ فسقطاهما على السطح الراسي
وعلى السطح الافقي هما ايضا متوازيان لان السطحين المسقطين من كل
من a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x

في بيان تعاريف السطوح

١٤ إذا كان خطان مستقيمان متقابلين في الفراغ فهذان السطحان والفراغ الذي بينهما تحدث سطحاً مستويا

خطا تقاطع سطح بسطح المسقط هما الخطان المنتخبان لوجود هذا السطح لان ادراكهما سهل وحيث ان السطح المذكور لا يمكنه ان يقطع خط الارض الا بنقطة واحدة فمن ذلك يفهم ان خطي التقاطع المذكورين يلزم ان يتقابلوا في نقطة واحدة من نقط خط الارض وهذان الخطان هما السطحان السابقان اثر السطح

١٥ إذا كان سطح موازيا لخط الارض فاثراه يكونان موازيين لهذا الخط لانه اذا كان اثر من الاثرين يتقاطع بخط الارض فنقطة التقاطع تصير مشتركة بين السطح المذكور وخط الارض وهذا لا يمكن لكونهما متوازيين بالفرض

١٦ إذا كان سطح عمودا على سطح من سطحي المسقط فاثره على السطح الثاني هو خط عمودا على خط الارض لانه اذا فرضنا مثلا ان السطح المذكور عمودا على السطح الافقي فاثره على السطح الرأسى يصير عمودا على السطح الافقي وكذلك على خط الارض

١٧ إذا كان سطح عمودا على خط الارض فاثراه يصير ان عمودا واحدا على هذا الخط

الدعوى الاولى العملي

(شكل ١٧) اذا علم مسقطا خط مستقيم على سطحي المسقط وارىد استخراج

نقطتي تقابل الخط المذكور بالسطحين المذكورين

فغرض ان ا ب خط الارض و ج د و هـ و مسقطا الخط المعلوم وبعد ذلك نمد خط ج د الى ان يقطع خط الارض بنقطة ز ونرفع عمودا على خط الارض من هذه النقطة ونعده حتى يقطع هـ و بنقطة ح فهذه النقطة هي نقطة تقابل الخط الفراغي مع السطح الرأسى وكذلك يفعل لاي جاد نقطة تقاطع

الخط المذكور مع السطح الافقي يمد خط $و$ هو ايضا على استقامته حتى يقطع
خط الارض في نقطة $ط$ وتقيم عمودا على خط الارض من هذه النقطة
حتى ينتهي الى خط $ح$ بنقطة $د$ فهذه النقطة هي المطلوبة
في شكل هذه المسئلة فرضنا ان الخط الفراغي بقبائل سطحى المسقط بنقطتين
ظاهرتين للنظر اعني امام هذين السطحين ولكن يمكن ان الخط المذكور يقابل
سطحى المسقط من وراءهما فطريقة وجود نقطتي التقابل هي كما عرفت
عنها سابقا ولكن يلزم ان الخطوط المرسومة من ورأي سطحى المسقط تكون
منقوطة كما في (شكل ١٨)

الدعوى الثانية العملية :

(شكل ١٩) اذا علم المسقط الافقي لنقطة واثرا سطح ما بهذه النقطة و اريد
استخراج المسقط الرأسى الحادث من النقطة المذكورة
فجعل نقطة $م$ المسقط المعلوم وخطى $ا ب$ و $ا ث$ الاثرين المعلومين
فاذا فرضنا خط $ا م$ مستقيما في السطح المعلوم من النقطة الفراغية التي مسقطها
 $م$ فالمسقط الافقي لهذا الخط يمر من نقطة $م$ وهو $ك ه$ فاذا وجدنا
المسقط الرأسى للخط المذكور يسهل علينا وجود المسقط المطلوب للنقطة
المعلومة فلاجعل ذلك تنبيه اول ان الخط المفروض في السطح المعلوم لا يمكن
مقابلته بالسطح الافقى الا بنقطة من نقط الاثر الافقى للسطح المعلوم وكذلك
هذه النقطة يلزم ان توجد على المسقط الافقى للخط المفروض فنقطة تقاطع
هذين الخطين هي النقطة المذكورة وبعد ذلك اذا انزلنا عمود $و ح$
على خط الارض حيث ان نقطة $و$ هي من نقطة الخط المفروض فن ذلك
يقع $ا$ تصير من نقط المسقط الرأسى للخط المفروض فنجد
هنا $ب$ بعرفة نقطة ثانية ولذلك نمد خط $ف د$ على استقامته
حتى $ح$ خط الارض في نقطة $د$ فهذه النقطة هي المسقط الافقى
لنقط $ط$ المفروض بالسطح المعلوم فاذا انزلنا عمودا على خط الارض

من نقطة ه فالنقطة المذكورة توجد اولا على هذا العمود وثانيا على
الانحراف الرأسي للسطح المعلوم فنقطة تقاطع هذين الخطين هي النقطة التي من
نقط الخط المفروض فاذا وصلنا نقطة ه بنقطة ه د نقط ه ه هو
المسقط الرأسي للخط المفروض والمسقط الرأسي للنقطة الفراغية التي مسقطها
الافقي نقطة م يوجد على خط ه د وعلى عمود م د القائم من نقطة
م على خط الأرض فنقطة د التي هي تقاطع خط م د بخط ه د
هي المسقط المطلوب •

ويمكن ان تحل هذه الدعوى بطريقة سهلة ولكن ليست عمومية كالطريقة
السابقة (شكل ٢٠) يغني عن شرح هذه الطريقة وبه يوجد المسقط المجهول
لنقطة المعلومه

الرسم الوصفى الاول

الدعوى الثالثة العمل

(شكل ٢١) اذا اريد امتداد خط مستقيم مواز لخط مستقيم معلوم ايضا
في الفراغ من نقطة معلومة فيه

نجعل ث و د مسقطي النقطة المعلومه وخطي ا و ب مسقطي
الخط المستقيم المعلوم من بعد ما ذكر سابقا انه اذا كان خطان في الفراغ
متوازيين فمساقطهما تصير ايضا متوازية وكذلك هذان المسقطان يمران
بمسقطي النقطة المعلومه ومن ذلك اذا مددنا من نقطتي ف و د خطين
موازيين لخطي ا و ب فهذان الخطان يصيران مسقطي الخط المطلوب
واذا اردنا بعد ذلك وجود طول اى مقدار جزء من الخط الذى مسقطاه
ح ش و ه ف ننسبه اولاً ان نقط اطراف مسقطى هذا الجزء يلزم
ان تكون مثنى مثنى على عمود واحد على خط الأرض كما في (شكل ٥)
حيث ان تلك الاطراف هي مساقط اطراف الجزء الذى في الفراغ وبعد ذلك
اذا فرض ان ح ش و ه في مسقط الجزء المطلوب من الخط الموازى
نجد ان الجزء المطلوب الذى في الفراغ هو الضلع الرابع من اضلاع شكل شبه

المنحرف والاضلاع الباقية واحدا منها هو المسقط الأفقي للجزء المطلوب
والأثنان الآخران هما ارتفاعا أطراف جزء الخط الفراغي على السطح الأفقي
وهذه الأرتفاعان مقدارهما ك ف و ن هـ (حد ٥) فإذا فرض
بعد ذلك أن شبه المنحرف يدور حول ح شـ حتى ينطبق على السطح الأفقي
ففي هذه الدورة ارتفاعا الجزء الذي مسقطه الأفقي خط ح شـ لم يزل
عمودا على خط ح شـ بحيث أن مقدارى ك ف و ن هـ معلومان
فإذا اقتضى السطح الأفقي عمودين من نقطتى ح و شـ وقطعنا عليهما
بمقتضى شـ م و حـ مساويين لارتفاعى ف ك و هـ
ووصلنا بين نقطتى م و حـ بخط م حـ يصير مقدار الجزء المطلوب

الحل الثانى .

إذا مددنا خط ح و موازيا لخط ح شـ داخل شبه المنحرف الذى هو
حـ شـ م (شكل ٢١) فطول الجزء المطلوب يدرك بوتر مثلث القائم الزاوية
م و حـ الذى له ضلع مساو للمسقط الأفقى من الجزء المذكور والضلع الثانى
م ر هو مسقط تفاضل ارتفاعى الجزء المذكور على السطح الأفقى فإذا مددنا
خطا موازيا لخط الأرض من نقطة م واخذنا مقدارا ح شـ على ذلك
الخط مساويا لخط شـ ت ووصلنا بين نقطتى ت و حـ بخط
ت حـ يصير مقدار الجزء المطلوب

الحل الثالث .

(شكل ٢٢) نفرض أن خطى ا - و شـ د مسقطا جزء الخط فى الفراغ
فيتعرف من بعدما ذكر سابقا أنه إذا كان خط موازيا للسطح من سطحى المسقط
مسقط هذا الخط على السطح المذكور يساوى للخط نفسه (حد ١٥) فمن ذلك
إذا قرعنا أن الخط المذكور يدور حول النقطة التى مسقطها ا - و شـ حتى
يصير موازيا للسطح الرأسى فى هذه الدورة نقطة (ا ر ت) ترسم قوس دائرة
موازيا للسطح الأفقى لمسقط هذا القوس على السطح الرأسى خط مستقيم

موازي لخط الارض فهذه الصورة مسقط الخط القراغي على السطح الافقي
يصير خط $ب هـ$ فاذا انزلنا عمودا على خط الارض من نقطة $هـ$ فهذا
العمود يشتمل على مسقط الطرف المتحرك من الخط القراغي في مكانه لآن
كن هذا المسقط يوجد ايضا على خط $د و$ فنقطة التقاطع $ف$ هي
المسقط المطلوب واذا وصلنا بين نقطتي $ف و د$ فخط $ف د$ هو المسقط
أسى للخط المعلوم حين جعل موازيا للسطح الرأسى وبعد ذلك خط $ف د$
وطول الجزء المطلوب فاذا اطلعنا على رسم هذا الحل فجدد مشابه للرسم
الحل الثاني

الدعوى الرابعة العمل :

(شكل ٤٣) اذا اريد امتداد سطح مواز لسطح آخر من نقطة مفروضة في الفراغ
نفرض خطا مستقيما كل ما كان في السطح المعلوم ونمد خطا موازيا للخط الاول
من النقطة المألومة فالسطح الذي يمر بالخط الموازي هو السطح المطلوب
فلاجل رسم ما ذكرناه على سطح المسقط نفرض ان خطي $ا ب و ا ث$
اثر السطح المعلوم $م و د$ مسقطا النقطة المطلوبة ونفرض خطا مستقيما
في السطح المعلوم مسقطه الافقي يكون $د هـ$ ويوجد مسقطه الرأسى $ح ش$
كما مر وتمدد خطا موازيا للخط المفروض في السطح المطلوب فمسقطا هذا الخط
يصيران موازيين لخطي $د هـ و ح ش$ وهما $م ر و د ك$ وحيث
ان السطح المطلوب يلزم ان يشتمل على هذا الخط فنقطتا تقابله مع سطح
المسقط يصيران من نقط اثري السطح المطلوب فاذا مددنا خطين موازيين
لخطي $ا ب و ا ث$ من نقطتي $ك و م$ فهذان الخطان يصيران
اثري السطح المطلوب

الحل الثاني

عوضا عن ان يفرض خط كل ما كان في السطح المعلوم يفرض خط يكون
مسقطه الافقي موازيا لاثرا الافقي من السطح المعلوم ويتم وجود اثري السطح

المطلوب كما ذكرنا في الحل الاول

الدعوى الخامسة العملية

أذا علم مساقط ثلاث نقط في الفراغ وأريد رسم سطح مستو ما ربهذه النقاط
نصل النقاط في الفراغ بخطوط مستقيمة ونأخذ خطين منها ونبحث عن
وجود نقط تقابل هذين الخطين بسطحي المسقط فهذه النقاط تكون من تقط
اثرى السطح المطلوب فاذا وصلنا بين كل نقطتين منها بخط مستقيم فهذان
الخطان يصيران اثرى السطح المطلوب واذا بحثنا ايضا عن وجود نقطى
تقابل الخط الثالث بسطحي المسقط نجد هما على اثرى السطح المطلوب
فذلك ينظر كبرهان حقيقى لهذا الحل (شكل ٢٤)

الرسم الوصفى الثانى

الدعوى السادسة العملية

اذا كان سطحان معلومين في الفراغ وأريد استخراج خط تقاطعهما
(شكل ٢٥) نفرض ان خطى a و b اثر السطح الاول وخطى c و d
اثر السطح الثانى فخط التقاطع المطلوب يلزم ان يكون في السطح
الاول وكذلك في السطح الثانى فنقطتا تقابل بسطحي المسقط يلزم ان تكونا
على اثرى السطح الاول وكذلك على اثرى السطح الثانى ويقع من ذلك ان
نقطتى c و d اللتين هما تقاطع هذه الاثار نقطتا تقابل الخط المطلوب
بسطحي المسقط فاذا انزلنا عمودا من نقطة c على خط الارض فالموقع لهذا
العمود هو نقطة من نقط المسقط الراسى لخط التقاطع المطلوب وحيث ان نقطة
 d هى ايضا من نقط المسقط الراسى لخط التقاطع المطلوب فخط cd
هو المخطط الراسى المطلوب ويثبت كما تقدم ان c و d هو المسقط الافقى لخط
التقاطع المطلوب ويوجد ان خط نفسه بعد مسقطيه وهذا هو المقصود
في الحل الذى ذكرناه فرضنا ان اثار السطحين المعلومين تتقاطع ولكن يمكن

ان هذه الآثار توجد على حالات اخر على سطحى المسقط ولذلك يلزم ان نذكر تلك الحالات

الحالة الاولى اذا كانت اثار السطحين المعلومين متوازية على سطحى المسقط فعلا يكون هذان السطحان متوازيين لانه اذا كانت الآثار متوازية فلا يمكن تقاطع السطحين المعلومين ولكن اذا كانت تلك الآثار متوازية لبعضها وايضا لخط الارض ففي هذه الحالة يمكن تقاطع هذين السطحين فلاجل وجود خط تقاطعها نجعل (شكل ٢٦) خطى هـ و ا - ا ترى السطح الاول وخطى ح ش و ث و ا ترى السطح الثانى فبهذا الوضع السطحان المذكوران يتقاطعان واذا اترلنا سطحنا عمودا على خط الارض فاثراه يكونان و ش و و - وتظران نقطتى - و د من نقط اثار السطحين المعلومين على السطح الثالث فبعد ذلك اذا دورنا السطح الثالث حول خط و ش حتى ينطبق على السطح الافقى فكل نقطة من نقط هذا السطح ترسم قوس دائرة فى سطح عمودا على و ش وبهذه الصورة نقطتا - و د يوضعان على خط الارض فى نقطتى م و د فاذا وصلنا بين نقطتى ف و م وبين نقطتى ش و د بخطا ف م و ش د يصيران المسقطين الافقيين للخطين اللذين فى الفراغ الواصلين بين نقطتى ف و - ونقطتى ف و د فان خطان المذكوران يتقاطعان بالنقطة التى مسقطها هـ فهذه النقطة هى نقطة مشتركة بين السطحين الاولين ولكن واقعة على السطح الافقى والنقطة الفراغية التى وضعت على نقطة هـ بعد التحرك رسمت قوس دائرة موازية للسطح الراسى ومسقطها الراسى رسم ايضا قوس دائرة مساوية للاولى فاذا اترلنا عمودا على خط الارض من نقطة هـ فنقطة الموقع ك تصير المسقط الراسى للنقطة الفراغية الموضوعة عليه فالنقطة المشتركة بين السطحين الاولين هى على خط تقاطعهما ولها مسقط افقى على خط مواز لخط الارض وعمود من نقطة هـ فاذا مدلنا هذا الخط يكون المسقط الافقى لخط التقاطع

المطلوب وبعد ذلك اذا فرضنا نقطة δ مركزا وبعد δ ك رسم قوس دائرة δ من نقطة δ تصير المسقط الراسي للنقطة المشتركة بين السطحين المعلومين وحينئذ اذا مددنا خطا موازيا لخط الارض من هذه النقطة فهذا الخط يصير المسقط الراسي لخط تقاطع السطحين المعلومين ويذكر ان هذا الخط بعدم معرفة مسقطيه

الحالة الثانية

لذا كان اثر السطحين المعلومين متوازيين على السطح الافقي والاثران الراسيين يتقاطعان فلاجل وجود خط تقاطع السطحين المذكورين نفرض خطا افقيا موازيا للاثرين الافقيين للسطحين المعلومين فالمسقط الراسي لهذا الخط (شكل ٢٧) يصير موازيا لخط الارض فاذا مددنا خط δ موازيا لخط الارض من نقطة δ التي هي نقطة تقاطع الاثرين الراسيين للسطحين المعلومين فهذا الخط هو المسقط الراسي لخط التقاطع المطلوب واما من جهة المسقط الافقي فنزل عمود δ على خط الارض من نقطة δ وعند خط δ المستقيم موازيا للاثرين الافقيين من نقطة الموقع δ فهذا الخط يصير المسقط الافقي لخط التقاطع المطلوب ويفعل كما ذكرنا اذا كان الاثران الراسيان متوازيين على السطح الراسي

الحالة الثالثة

اذا كانت آثار السطحين المعلومين لا تتقاطع على سطح مسطح ورقة لرسم فلاجل وجود خط تقاطعهما على هذه الورقة ننطع السطحين المعلومين بسطح قائم مواز للسطح الراسي لخط تقاطع السطحين المعلومين يصيران متوازيين للاثرين الراسيين من السطحين المذكورين فيفهم بعد ذلك نقطة من كل من مسطحي خط التقاطع المطلوب واذا قطعنا ايضا δ المعلومين بسطح قائم ثان فوجد نقطة ثانية من كل من مسطحي خط التقاطع المطلوب فبعد ذلك يسهل ادراك المسقطي هذا ونخطه ونسميه δ ثانيا

الدعوى السابعة العملي

اذا علم خط وسط في الفراغ واريد وجود مسقطي نقطة تقابل الخط بالسطح
عموما لاجل وجود نقطة تقابل سطح بخط يمد سطح من الخط المذكور
يقطع السطح المعلوم فنقطه تقاطع الخط المعلوم مع خط تقاطع السطحين
المذكورين هي النقطة المطلوبة ولاجل رسم هذا التعبير (شكل ٢٩)
نجعل ان a و a' اثر السطح المعلوم و d و d' و f و f' مسقطا
لخط المعلوم وبعد ذلك نبحث عن نقطتي تقابل هذا الخط بسطحي المسقط وهما
 m و n ونمد خطي sm و sn المستقيمين من هاتين النقطتين بشروط
ان يتقاطعا في نقطة واحدة على خط الارض فهذان الخطان هما اثر السطح
الذي ذكرناه سابقا وبعد ذلك نبحث كما مر على مسقطي s و s' و t و t'
الذين هما مسقطا خط تقاطع هذين السطحين في s و s' و t و t'
يتقاطعان بخطي d و d' و f و f' الذين هما مسقطا الخط المعلوم فنقطتا
التقاطع c و c' هما مسقطا النقطة المطلوبة فاذا كان الرسم صحيحا
يلزم ان يكون مسقطا النقطة المطلوبة على عمود واحد على خط الارض

الحل الثاني

يمكن مرور سطح قائم بالمسقط الافقي للخط المعلوم وبقيية الحل تتم بطريقة مشابهة
لطريقة الحل الاول ينظر (شكل ٣٠)

تنبيه مفيد

الخط المعلوم يمكن ان يكون راسيا فلاجل وجود مسقطي نقطة تقابله بالسطح
المعلوم نجعل (شكل ٣١) ان خطي a و a' هما اثر السطح
المعلوم وحيث ان الخط المعلوم راسي فمسقطه الافقي هو نقطة o ومماسه
الراسي هو عمود at على خط الارض فاذا فرضنا سطحنا من هذا الخط
فهذا السطح يصير غير منته ولا يتفع بشئ فلاجل بلوغ المراد نفرض

ان هذا السطح يكون موازيا للسطح الرأسى فآثره الافقى يصير خط θ موازيا لخط الارض وهذا السطح يقطع السطح المعلوم بخط مواز لخط θ لان هذين الخطين هما تقاطع سطحين متوازيين بـ سطح ثالث فنقطة γ التى هى على الاثرين الاقبيين هى نقطة تقابل خط تقاطع السطحين المذكورين بالسطح الافقى وحيث ان الخط المذكور لا يمكن مقابله بالسطح الافقى الا فى نقطة موجودة على كل من الاثرين الاقبيين للسطح المفروض وللسطح المذكور فاذا اسقطنا نقطة γ على السطح الرأسى فى نقطة δ فهذه النقطة الاخيرة هى من نقط المسقط الرأسى لخط تقاطع السطح المفروض مع السطح المعلوم وحيث اننا نعلم ان هذا المسقط الرأسى خط مستقيم مواز لخط θ ومتمدد من نقطة δ فنقطة ϵ التى هى تقاطع الخط الموازى مع خط θ هى المسقط الرأسى للنقطة المطلوبة

يمكن ان نفرض ايضا ان الاثر الافقى للسطح الموازى للسطح الرأسى يكون موازيا لخط θ فهذه الطريقة يمكن وجود النقطة المطلوبة من غير مشقة

الرسم الوصفى الثالث

الدعوى الثامنة العملية

اذا كان سطح معلوم فى الفراغ ونقطة وايد انزال (شكل ٣٢) عمودا من تلك النقطة على هذا السطح ووجود نقطة تقابل هذا العمود بالسطح المعلوم تنبى اولاه اذا كان خط عمودا على سطح قسما هذا الخط عمودا ايضا على اثرى هذا السطح لان السطح المسقوط من الخط العمودى على السطح الافقى عمود على السطح الافقى وعلى السطح المعلوم فالأثر الافقى للسطح المعلوم خط تقاطع سطحين عمودين على السطح الثالث الذى هو السطح المسقوط فالأثر المذكور عمود على كل خط متمدد من موقعه على السطح المسقوط فيكون عمودا ايضا على المسقط الافقى للخط المعلوم ويبحث عن المسقط الرأسى للعمود المجهول كما يبحث عن المسقط الافقى فلاجل وجود مسقطى

العمود المطلوب تنزل عمودين على اثرى السطح المعلوم من مسقطى النقطة المعلومه فهذان العمودان مسقطا العمود المطلوب
 اذا كان مسقطا خط مستقيم عمودين على اثرى السطح فعمودا هذا الخط عمود على هذا السطح ولكن هذا لا يصير صحيحا اذا كان اثر السطح مواز بين لخط الارض لانا نعلم ان مسقطى العمود على السطح المعلوم لا يصيران الاعلى عمود واحد على خط الارض واذا فرض سطح عمود على خط الارض من هذين المسقطين فكل خط من خطوط هذا السطح يصير مسقطاه على اثرى السطح المعلوم لان تلك الخطوط اعمدة على السطح المعلوم ويقهمن من ذلك ان التعريف الذى ذكر سابقا ليس بعمومى

الدعوى التاسعة العملى

اذا اريد انزال عمود من نقطة معلومة فى الفراغ على خط مستقيم معلوم فيها فلاجل ذلك ننظر انه اذا فرضنا سطح عمودا على الخط المعلوم وبعد ذلك نجعل من النقطة المعلومه سطح مواز بالسطح الاول فهذا السطح يصير ايضا عامودا على الخط المعلوم ويقطعه فى نقطة فاذا وصلنا هذه النقطة والنقطة المعلومه بخط مستقيم فهذا الخط هو العمود المطلوب لان هذا الخط يمر بنقطة الخط المذكور فى السطح الذى هو عمود عليه ومن ذلك يقهمن ان الدعوى التى نبحت فى حلها من كبة من دعوتين حللتنا سابقا ولكن لا ضرر ان نشرح ردها

تجعل (شكل ٣٣) ا - و ث د مسقطى الخط المعلوم و م و د مسقطى النقطة المعلومه فاذا انزلنا خطى ه ه و ح ف عمودين على مسقطى ا - و ث د فهذان الخطان يصيران اثرى سطح عمودا على الخط المعلوم واذا فرضنا خطا كيف ما اتفق فى هذا السطح ومسقطه الافقى يكون و ع ونبحث عن مسقطه الرأسى نجده ف ك ونمد خطى ح م ل موازيين لخطى ك ه و و ع من النقطة المعلومه التى

مسقطاها م و د ونبحث عن نقطتي تقابل خطي د ح م ل بسطحي
المسقط وهما ص ه و ز فاذا مددنا خطي ص ه ز ث موازيين
لاثرى ه ف و ه ح من هاتين النقطتين فالخطان المذكوران يصيران
اثرى سطح عمودا على الخط المعلوم وما رام من النقطة المعلومه واذا بحثنا الان
عن نقطتي تقابل الخط المعلوم بسطحي المسقط وهما ر و ص
ووصلنا بين م و ر وبين د و ص فخطا م ر و د ص
هما مسقطا العمود المطاوب وبموجب ما مر يمكن وجود هذا العمود

الحل الثاني

(شكل ٣٤) نجعل دائماً خطي ا ب و ث د مسقطي الخط المعلوم
و م و د مسقطي النقطة المعلومه ونفرض سطحاً عموداً
على الخط المعلوم ولذلك نمد من النقطة المعلومه خطاً مستقيماً اقياً
موازياً للاثر الافقي المجهول للسطح المذكور فمسقطاهذا الخط يصيران
احدهما د ه عموداً على خط ا ب والاخر م ف موازياً لخط الارض
ونبحث عن نقطة تقابل الخط المذكور بالسطح الراسي فهذه النقطة تصير
من نقط الاثر الراسي للسطح العمود على الخط المعلوم المار بالنقطة المعلومه
واذا انزلنا بعد ذلك عمود ف و على ث د من نقطة ف فهذا العمود
هو الاثر الراسي المذكور وتنزل عمود و ز على خط ا ب من نقطة و
فهذا العمود هو الاثر الافقي للسطح العمود على الخط المعلوم وما بقي للحل يتم
كما في الحل الاول

الدعوى العاشرة العملية

اذا علم سطح في الفراغ واريد استخراج الزاويتين الواقعتين بينه وبين سطحي
المسقط

(شكل ٣٥) نجعل ا ب و ا ث اثرى السطح المعلوم ونقيم من اى
نقطة من نقط الاثر الافقي لهذا السطح عموداً على ذاك الاثر ونفرض من هذا

العمود سطحاً راسياً فالأثر الراسي للسطح الأخير يصير خط هـ - عموداً على خط الأرض وحيث إذا نظرنا إلى الخط الفراغي الواصل بين نقطتي هـ و د نجد عموداً على خط ا ث والزوايا الواقعة بين الخط المذكور وخط هـ د تصير الزوايا الواقعة بين السطح المعلوم والسطح الأفقي ولكن إذا تأملنا نجد أن خط هـ د وتر مثلث قائم الزاوية الذي ضلعا هـ - هـ و د هـ ولاجل رسم هذا المثلث على حقيقته ووجود الزاوية المطلوبة تدور سطح هـ د حول خط هـ حتى يصير سطحاً واحداً مع السطح المسقط الراسي ففي هذا التحرك نقطة د ترسم قوس دائرة يبعد هـ د وتقع على نقطة ف من خط الأرض فإذا وصلنا بين نقطتي هـ و ف فزاوية هـ ف د تصير الزاوية المطلوبة

وإذا بحثنا الآن عن وجود الزاوية الواقعة بين السطح المعلوم والسطح الراسي نقيم عمود ح ش على اثر ا - الراسي ونفرض سطحاً عموداً على السطح المسقط الراسي من خط ح ش فالأثر الأفقي لهذا السطح يصير خط ش ث عموداً على خط الأرض والخط الفراغي الواصل بين نقطتي ث و د يصير عموداً على خط ا - وبعد الإثبات السابق إذا قطعنا من خط الأرض خط ش و د و وصلنا بين نقطتي و و ث فزاوية ش و د تصير الزاوية المطلوبة وقد يمكن أيضاً تدوير السطح الأول حول خط هـ د والسطح الثاني حول خط ش د من غير أن تحدث صعوبة

الرسم الوصفى الرابع

الدعوى الحادية عشر العمل

إذا كان سطحان معلومين وأريد وجود الزاوية الواقعة بينهما على سطح مسقط

نجعل (شكل ٣٦) ا - و ا ث ترى السطح الأول و د - و د ث ترى السطح الثاني ونبحث عن مسقط هـ الأفقي لخط تقاطعهما

ولذلك

ولذلك يفرض في الفراغ سطحا عمودا على خط تقاطع السطحين
المعلومين فيصير هذا الخط عمودا على اثنى السطح الثالث على
السطحين المعلومين فهذان الاثران يحدثان بينهما زاوية مساوية للزاوية
المطلوبة فالسطح العمود على خط التقاطع له اثرافى عمودا على خط هـ -
واثر هذا السطح على السطحين المعلومين ينتهيان الى السطح الافقى في نقطتي
ح و ش فخط ح ش هو قاعدة المثلث الذي زاويته المقابلة للقاعدة
هي الزاوية المطلوبة فالمقصود رسم هكذا المثلث ولاجل بلوغ المراد يفرض
سطح قائم من خط هـ - هـ فهذا السطح يحتوى على خط تقاطع السطحين
المعلومين ويقطع ايضا السطح العمود على خط التقاطع في خط متقابل
بالسطح الافقى في نقطة و وبعد ذلك اذا التى النظر يوجدان هذا الخط هو
ارتفاع المثلث المطلوب ومع ذلك الخط المذكور هو عمود على خط تقاطع
السطحين المعلومين قالان اذا دور السطح القائم من خط هـ - هـ حتى ينطبق
مع السطح الافقى فنقطة ش التى هي نقطة تقاطع السطحين المعلومين
مع السطح الراسى ترسم في هذه الدائرة قوس دائرة في سطح عمودا على هـ - هـ
وتقع على نقطة ف فمن ذلك خط هـ - ف هو خط تقاطع السطحين
المعلومين موضوع على السطح الافقى وحيث ان ارتفاع المثلث المذكور عمود
على هذا الخط ففى التحرك الذى حصل لا يتغير وضع هذين الخطين المذكورين
لانما انطبق السطح الذى احتوى عليه ما فقط وبعد ذلك اذا اقل عمود هـ - هـ
خط هـ - ف من نقطة هـ فهذا العمود مقدار ارتفاع المثلث
مكورا اذا دور سطح هذا المثلث حول خط ح ش لاجل ان ينطبق
على السطح الذى هو النقطة فى الفراغ التى هي راس المثلث المطلوب
تقع على نقطة هـ - هـ خط هـ - هـ واذا فرضت نقطة هـ - هـ كمر
ورسم قوس هـ - ك يبعد مساويا لخط هـ - هـ ووصل بين ك و هـ
وبين ك و ش فزاوية هـ - ك ش هي الزاوية الحادة بين السطحين
المعلومين المطلوبة

طريقة اخرى

يطبق السطح المماس الذي يمر بنقط $هـ$ على السطح الرأسى عوضا عن ان يطبق على السطح الافقى نقط $ث$ ل يصير مقدار خط تقاطع السطحين المعلومين وخط $ح$ غ يصير ارتفاع المثلث الذي ذكر سابقا ويصير مساويا لنقط $و$ ك اذا كان الرسم صحيحا

الدعوى الثانية عشر العملية

اذا كان خطان معلومين ومتقاطعين في الفراغ واريد رسم الزاوية الحاصلة من تقاطعهما على سطحى المسقط

(شكل ٣٧) نجعل ان خطى $ا - و$ و $ث$ و خطى $هـ و و هـ ف$ مساقط الخطين المعلومين ولكن من حيث ان هذين الخطين متقاطعان يلزم ان مسقطى نقطة تقاطعهما $ل و هـ$ يكونان على عمود واحد على خط الارض فاذا كان الامر كذلك نبتدء بوجود نقطتى تقابل هذين الخطين بالسطح الافقى وهما $ا و ث$ ونوصل بين هاتين النقطتين بخط $ا ث$ فهذا الخط والخطان المعلومان تحدث مثلثا في الفراغ والزاوية المقابلة لنقط $ا ث$ هي الزاوية المطلوبة فيلزم ان نبحث الان على رسم هذا المثلث ولا نجعل ذلك نعلم ان نقطة $هـ$ هي المسقط الافقى لرأس المثلث المطلوب فاذا انزلنا عمودا من نقطة $هـ$ على خط $ا ث$ نقط $و$ يصير المسقط الافقى لارتفاع المثلث وخط $هـ و$ هو ارتفاع رأس المثلث على السطح الافقى فيفهم من ذلك ان هذا الارتفاع وتر مثلث قائم الزاوية الذي ضلعاها الاخران هما خطى $و و هـ و هـ$ فاذا اخذنا على خط الارض مقدار $حش = و$ ووصلنا بين نقطتى $هـ و$ و $ش$ نقط $هـ ش$ يصير ارتفاع المثلث المذكور فاذا اخذنا من نقطة $هـ$ بعد $و ك = هـ ش$ ووصلنا بين نقطتى $ا و ك$ وبين $ث و ك$ فزاوية $ا ك ث$ تصير الزاوية المطلوبة يمكن اخذ المسقط الرأسى لنقط تقاطع السطحين عوضا عن ان يؤخذ المسقط

٢ لافقي لخط تقاطعهم لاجل حل المسئلة وطريقة الحل هي كما ذكرنا سابقا

الدعوى الثالثة عشر العملية

المقصود رسم الزاوية التي تحصل بين خط و سطح معلومين في الفراغ الزاوية الواقعة بين خط ومسقطه على سطح يسمونها زاوية حاصلة او حادثة بين خط و سطح ومن ذلك اذا انزلنا عمودا على السطح المعلوم من نقطة من الخط المعلوم فجدان الزاوية الحاصلة بين هذا العمود والخط المعلوم هي تمام الزاوية المطلوبة ورسم هذه الدعوى مركب من رسوم الدعوى السابقة فلا يلزم ان نعيد ما ذكرناه سابقا واذا توقف الطالب فالينظر (شكل ٣٨)

الرسم الوصفى الخامس

الدعوى الرابعة عشر العملية

اذا كان خطان معلومان في الفراغ واريد رسم بعدهما الاصغر على سطحى المسقط

فلاجل سهولة رسم حل هذه الدعوى نحلها اولاً بطريقة الهندسة العادية ولذلك نجعل ab و cd الخطين المعلومين في الفراغ ونمد cd موازياً لخط cd من نقطة h حيث ما كانت من خط ab نقطاً ab و cd يحدان سطحاً موازياً لخط cd ومن نقطة h ننزل خط de عموداً على سطح cd ومن نقطة h نمد cd موازياً لخط cd ونأخذ على خط de من نقطة g بعد de مساوياً لخط cd ونصل بين نقطتي g و h بخط gh فهذا الخط يصير عموداً مشتركاً على خطي ab و cd ويصير اليه بعد الاصغر بين هذين الخطين حيث ان gh و de كل منهما مواز لخط cd فهذان الخطان هما متوازيان وما عدا ذلك خط de و gh وشكل gh و de

متوازي الاضلاع ولكن زاوية δ هي قائمة فلاجل ذلك متوازي
 الاضلاع هو مستطيل وخط ϵ δ عمود على الخطين المعلومين قالان
 اذا وصلنا نقطة δ مع أي نقطة حيث ما اتفق مثلا ω من خط α نجد
 خط γ و β و α و ϵ δ ونبحث كذلك على ان كل خط واصل بين
 نقطتين من خطي α و γ يكون اكبر من خط ϵ δ فيفهم
 من ذلك ان خط ϵ δ هو البعد الاصغر بين الخطين المعلومين فتسأل
 الان ان خط δ هو مسقط خط δ على سطح γ وايضا ان
 هذين الخطين متوازيان لان δ مفروض انه مواز لسطح γ
 وتطر ايضا ان نقطة δ التي هي من نقطة العمود المشترك على الخطين
 المعلومين هي نقطة تقاطع خط α بمسقط δ على سطح
 γ فاذا وجدنا نقطة δ تنزل منها عمود δ على سطح γ
 فهذا العمود هو البعد الاصغر المطلوب

لاجل رسم ما ذكرناه على سطح المسقط اعني وجود البعد الاصغر
 الذي بين خطين معلومين في الفراغ نجعل α و γ مسقطي
 الخط الاول المعلوم و δ و ϵ مسقطي الخط الثاني
 المعلوم ونبحث عن نقطة δ التي هي تقابل الخط الاول بالسطح الزاوي
 ونمد خطا موازيا للخط الثاني المعلوم من النقطة التي مسقطها الافقي
 δ فمسقطا هذين الخطين المتوازيين بصيران β و ϵ ونبحث
 ايضا عن نقطتي α و γ اللتين هما نقطتي تقابل الخط الموازي والخط الثاني
 المعلوم بالسطح الافقي فالسطح المار بهذين الخطين يصير موازيا لخط δ
 و δ و اثره الراسيان والافقيان بصيران β و ϵ م ونبحث
 الان عن وجود مسقط الخط الثاني على السطح الموازي δ المسقط مولف
 للخط المذكور نفسه فيكفي معرفة أي نقطة على سطح المسقط من نقط كل
 واحد من مسقطي المسقط المطلوب ولاجل ذلك ننزل عمودا على سطح δ م
 من نقطة δ التي هي تقابل الخط الثاني بالسطح الافقي فمسقطا هذا

العمود اللذان هما له و شـ المزلان عمودين على السطح المذكور
 فاذا ~~بجمل~~ عن نقطة تقابل هذين العمودين في الفراغ بسطح α م
 مسقطا هذه النقطة بصيران ر و ح واذا مسددا من هاتين
 النقطتين خطين موازيين لخط هـ ف و جـ شـ يع لم مسقط الخط
 الثاني على سطح α م و اـ حيث ان نقطتي α م و α ح هما
 مشتركتا بين مسعطي خطي α م و α ح الاولين ومسعطي
 الخط الذي علمناه سابقا فنقطتا α م و α ح هما مساقطا للنقطة
 التي هي في الرسم بالهندسة العادية فاذا اترلنا من هاتين النقطتين
 عمودين على اثنى السطح المذكور فهذان العمودان يصيران
 مسعطين للعمود المشترك على الخطين المعلومين وبزاء هذين
 العمودين اللذين بين مساقط الخطين الاولين هما مسقطا البعد الاصغر
 بين الخطين المعلومين ويوجد مقدار هذا البعد بالطرق التي ذكرت
 سابقا

اذا اريد وجود البعد الاصغر فقط بين خطين معلومين من غير
 ما يتعلق بموضعه في الفراغ قبل الدعوى يصير مختصرا جدا لانه
 يكفي ان يعرف مقدار عمودنازل من نقطة من نقط الخط الثاني
 المعلوم على السطح المار بالخط الاول المعلوم حيث ان الخط المستقيم
 الفراغي الواصل بين نقطتي ل و سـ هو خط تقاطع السطح
 المار بالعمود النازل من نقطة فـ على سطح α م مع هذا
 السطح فن ذلك يفهم ان البعد الاصغر المطلوب هو عمودنازل من
 نقطة فـ على α م التقاطع المذكور واذا طبقتنا سطح
 ل و سـ α م على سطح الافقي في ل و صـ وانزلنا فـ
 عمودا على ل و صـ فهذا العمود هو البعد الاصغر المطلوب وهذا
 الحل يعتبر كبرهان لرسم الحل الاول

يمكن ايضا حل المسئلة الاولى بالطريقة الاتية ولاجل ذلك نفرض

سطحا موازيا للخطين المعلومين ومن كل من الخطين المذكورين نجعل
 سطحا عمودا على السطح الاول وخط تقاطع هذين العمودين هو البعيد
 الاصغر المطلوب

الجزء الثاني من الهندسة الوصفية

تعريف السطوح الظلية او المماسية للاجسام والخطوط العمودية على تلك
السطوح الظلية

في علم الهندسة الوصفية الخط المنحنى هو خط مركب من جملة نقط متتابعة
واذا حكم على هذه للنقط بان تكون على سطح مستو فالخط المنحنى
المركب من النقط يسمى خطاً منحنياً مستوياً واذا كانت هذه النقط ليست
على سطح مستو فالخط المنحنى المركب منها يسمى خطاً منحنياً
مضعف الانحناء

الخط المنحنى يعتبر كشكل كـ كثير الاضلاع عدداً ضلأه غير متناه وكل
ضلع صغير من الشكلي المذكور يسمى عنصراً واذا امتد هذا الضلع
يصير خطاً مماساً للخط المنحنى المذكور

الخط المماس لخط منحنى يعتبر كخط قاطع ولكن نقط التقاطع تجمع في نقطة
واحدة وهي نقطة التماس والخط العمود على الخط المماس يسمى خطاً
عمودياً

الجسم هو رسم هندسي لخط منحنى تارة لا تتغير صورة هذا الخط عند تنقله
وتارة تتغير صورته وموضعه معا وحيث ان هذا التعريف صعب الفهم اكونه
عاماً يحتاج ان يوضح بامثال معلومة

الاسطوانة يمكن رسمها بطريقتين تارة من تحريك خط مستقيم موازاً دائماً
لخط مستقيم اخر معلوم ومتكفي في مدة تحركه على خط منحنى معلوم ايضا وهذا
الخط المنحنى يسمى خط الاتكاء وتارة من تحريك خط الاتكاء في نقطة واحدة على
خط مستقيم من جميع النقط الاخر لذلك الخط المنحنى تحركات خطوط موازية
للخط المستقيم المذكور وجميع تلك الخطوط المستقيمة المتوازية تحدث اسطوانة
ويقوم من ذلك ان الخط المستقيم والخط المنحنى المفروضين لرسم الجسم
الاسطوانى غير موضعهما من غير ان تتغير صورتهما

المخروطات يمكن ايضا رسمها بخط مستقيم دائما. نقطة معلومة ويدور حول هذه النقطة وهو مركز على خط منح سعير، فالنقطة التي يمر بها الخط تسمى رأس المخروط وتسمى غالبا مركز المخروط وفي هذه الحالة الخط المستقيم المقروض لرسم المخروط يغير موضعه من غير ان تغير صورته

وتوجد طريقة اخرى لرسم المخروط وشرح هذه الطريقة يفرض ان قاعدة المخروط دائرة وهي الخط المنحني المستقيم سابقا خط الاتسكاويقدرا ان هذه الدائرة تتحرك بشرط ان مركزها لا يزال على خط مستقيم مالا يمر مركز المخروط ونصف قطر هذه الدائرة ينقص دائما بالنسبة لبعدها من مركز المخروط اعني ان نصف قطر الدائرة ينقص كل ما يقرب مركزها من مركز المخروط وتصبح نقطة واحدة مع مركز المخروط حين وصول مركزها اليه

اذا اريد امتداد المخروط من جهة راسه يمد الخط المار بهذا المركز على استقامته الى غير النهاية ويجعل مركز المخروط دائرة صغيرة جدا ومركزها يسير على الخط المستقيم المذكور ونصف قطرها يزيد بالتناسب مع بعد مركز الدائرة من مركز المخروط ومن حيث ان افترضنا ان الخط المستقيم لانه لا نهاية له فنصف قطر الدائرة يزيد الى غير نهاية ومحيط الدائرة المذكورة يصير ايضا الى غير نهاية ففي هذه الحالة الخط الراسم غير موضعه وصورته معا

الجسم المسمى تحريكا هو جسم مرسوم من دوران خط منحن مستو حول خط مستقيم موضوع في اى جهة كانت في سطح هذا الخط المنحني ففي هذه الدورة كل من نقط الخط المنحني ترسم دائرة وكل هذه الدوائر عمودا على الخط المستقيم المذكور المسمى محور الجسم فالجسم الحادث من هذا التشكيل هو الجسم المطلوب وينظر بعد ذلك ان الخط المنحني لم يغير الام موضعه دون صورته

وكذلك يمكن رسم الجسم التحركي بدوران دائرة ولكن بشرط ان يفضل دائما مركز هذه الدائرة على محور الجسم وسطحها عمودا على هذا المحور ونصف قطرها يتغير كل لحظة ويصير مساويا لبعدها نقطة تقاطع سطحها بالمحور على

بعد نقط تقاطع هذا السطح مع خط منحني كيف ما كان موضوعا في الفراغ
ويفهم من ذلك ان الخط الراسم تتغير صورته وموضعه معا فالثلاثة امثلة
التي ذكرت تنبه على ان جميع الاجسام يمكن ان يحرك خط من
محدود

السطح المار بمحور من جسم الاجسام التحركية يسمى سطحاً قاطعاً جانبياً
واذا كان هذا السطح عموداً على محور الجسم يسمى قاطعاً معتدلاً وخط تقاطع
السطح القاطع الجانبي بالجسم يسمى خطاً جانبياً وخط تقاطع المعتدل بالجسم
يسمى معتدلاً

الجسم المرسوم من دوران سطح قطع مكافئ حول قطر من اقطاره يسمى
كافياً مجسماً

اذا نقل خط راسم من موضعه لموضع اخر في رسم جسم وكان موضعه
في سطح مستو واحد فالجسم المرسوم يمكن بسطه اي انفراذه ولذلك يسمى
جسماً مبسوطاً لانه اذا فرضنا عنصرين في الجسم المذكور واصلين بخط
مستقيم وقد رزنا ان احدهما يدور مع الجسم حول الخط المستقيم المذكور
حتى ان سطحه ينطبق على سطح العنصر الثاني وفعلنا ذلك بجميع عناصره
الجسم فهذه العناصر تجتمع على سطح مستو واحد وتحدث انبساط الجسم
والسطح المستوي المذكور يسمى سطح السطح اوسط الانبساط

السطح المماس لجسم منحن في نقطة معلومة هو سطح مار بخطين مماسين
لخطين منحنين مارين بالنقطة المعلومة ومرسومين على الجسم المعلوم فلتحقيق
هذا التعريف يلزم ان تثبت ان جميع الخطوط المماسية بخطوط منحنية
مرسومة على الجسم المعلوم ومارة بالنقطة المعلومة على سطح مستو واحد
فلذلك يجعل γ م ش صورة الخط الراسم حين يمر بنقطة م ويجعل
م د خطاً منحنياً مرسوماً على السطح المعلوم متوكباً على خط γ ش
وايضاً يجعل م غ خطاً منحنياً اخر كل ما كان مرسوماً على الجسم المعلوم
وماراً بالنقطة المعلومة فاذا اثبتنا ان الخطوط المماسية لخطوط م د

و م د و د غ المنحنية في سطح مستو واحد فالتعريف الذي ذكرناه
يصير صحيحا ولذلك ينظر الخط الراسم في موضعه الآن حين يسير على خط
م د ويمر بنقطة م القريبة من نقطة م ويفرض ان د ش ه هو الخط
الراسم المذكور ونقطة د هي نقطة تقاطعه مع خط م غ فاذا وصلنا بين
نقطتي م و م وبين نقطتي د و د بخطوط مستقيمة لانهاية لها
فالثلاثة خطوط تصير قواطع لخطوط م د و م غ و د ش المنحنية
وتصير ايضا في سطح مستو واحد فاذا قدرنا الان ان خط د ش يتحرك على
خط م د ويقرب لموضعه الاول وبعد ذلك نفرض ان سطح الثلاثة خطوط
القاطعة يدور حول نقطته م بشرط ان يمر في وقت واحد بنقطة د م د و م
مع الخط الراسم ويقطع خطي م د و م غ فهذا السطح المتحرك يركب دائما
من الثلاثة خطوط قاطعة المتحركة التي ذكرت سابقا وحين ياتي الخط الراسم
لموضع د م ش فنقطة م المتحركة على خط م د تنطبق على نقطة م
حينئذ نقطة د تنطبق ايضا على نقطة م وفي خط د ش نقطتا
د و ش يصيران ايضا منطبقين على بعضهما في هذه الصورة الثلاثة
خطوط القاطعة تصير مماسة لخطوط م د و م غ و د ش المنحنية
وتصير ايضا في سطح مستو واحد

واذا وجد في جسم طينان او طيات كثيرة تتقاطع كما يحصل في المخروطات
التي قواعدتها خط منحن موجود فيه نقط مضروبة اعني مشتركة بين اجزاء خط
منحن واحد كنقطة م التي على الخط المنحني للذي (في شكل ٢) ففي الاول
يظهر ان نقط تقاطع هاتين الطيتين لا يمكن اجراء تعريف السطح المماس الذي
ذكرناه سابقا عليهما ولكن اذا قدرنا نقطتا مشتركة للطيتين تجدان حالة هذه
النقط لا تغير تعريف السطح المماس فاذا تأملنا ان جميع الخطوط المماسية
لنقطة المذكورة يلزم ان تكون مفرقة على الطيتين كما تكون مفرقة على اجسام
غير متعلقة ببعضها وهي التي تتقاطع في محل واحد تجدان السطح المماس
لكل منهما مخالفا للسطح المماس للآخر

تعريف السطح المماس الذي ذكر سابقا ليس بعمومي لجميع تقط الاجسام
 لانه يوجد في النقط $ك$ يسمى نقطة فريدة ولا يمكن اجراء تعريف السطح
 المماس على تلك النقط مثلاً في راس المحروط الاضلاع التي تتقاطع في هذه
 النقطة هي خطوط موضوعة على الجسم ومماسة لنفسها واما $ك$ هذه
 الاضلاع توجد مثني مثني في سطوح مستوية مختلفة فيفهم من ذلك ان راس
 المحروط هي نقطة فريدة في هذا الجسم حيث انه لا يمكن امتداد سطح مماس
 منها لان الخط الراسي المنحني يصغر قربه من راس الجسم وحين يصل اليه يصير
 نقطة واحدة مع راس الجسم وذلك يدل على قلة امكان امتداد سطح مماس
 من هذه النقطة وكذلك في الاجسام التحركية يوجد نقطة لا يمكن امتداد
 سطوح مماسة لهذه الاجسام منها مثلاً اذا كان الخط الجانبي لا يقطع محور
 الجسم لهذا الجسم فلا يمكن امتداد سطح مماس من نقط سطح الخط
 الجانبي

ويوجد اجسام لها سطوح مماسة افادتها تستحق كثرة التامل اليها فنرض
 اسطوانة $ا ب ث$ وقاعدتها كيف ما اتفق فاذا جعلنا سطحاً من ضلع من
 اضلاع الجسم ومن خط $ب ث$ المماس لقاعدة هذا الجسم يكون هذا السطح
 مشتركاً على جميع الخطوط المماسية للخطوط المنحنية المارة بنقطة $ب$
 والمرسومة على الجسم ويشتمل ايضاً على جميع الخطوط المماسية بالخطوط
 المنحنية المرسومة على الجسم من جميع نقط خط $ا ب$ اولا يوضح ذلك بكتفي
 باثبات ان سطح $ا ب ث$ يحتوي على جميع الخطوط المماسية التي كخط
 $م$ منه المماس لخط $م ع$ المنحني ولذلك نفرض ان سطح $ا ب و$ مار بخط
 $ا ب$ وينقطة $ب$ القريبة من نقطة $ب$ فهذا السطح يقطع الاسطوانة بخط
 $ر ش$ ويشتمل على خطين $ر و م$ $س ه$ القاطعين فاذا ادار هذا السطح
 حول خط $ا ب$ بشرط ان تقرب نقطة $ر$ من نقطة $ب$ فنقط التقاطع
 التي هي $ر و س ه$ تفضل دائماً على خط متحرك مواز لخط $ا ب$
 وحين توضع نقطة $ر$ على نقطة $ب$ تقع نقطة $س ه$ على نقطة $م$ اعني

ان السطح المتحرك حين ياخذ موضع $ا ب ث$ نقط $م$ منه القاطع المتحرك
الذي هو دائما على السطح المستوي المذكور يصير الخط المماس لنقط $م$ منه
المنحنى ولا يزال على السطح المقروض ويفهم مما ذكرناه ان السطح المماس
لاسطوانة في نقطة من نقط ضلع من اضلاع هذا الجسم هو مماس في جميع نقط
هذا الضلع

فالتعريف الذي ذكرناه من قبل السطح المماس لاسطوانة يجري على
الاجسام المخروطية ولكن عوضا عن ان يكون الخط الراسم موازيا لخط $ا ب$
في الجسم الاسطوانى يقطع دائما هذا الخط في راس المخروط في الجسم المخروطى
التعريف الذى ذكرناه للسطح المماس يجرى على جميع الاجسام البسيطة
التي لاسطوانات والمخروطات جلوس منها

اذا كان خط $م د$ منحنيا وخط $م ح$ مستقيما مماسا لهذا الخط المنحنى
فقطاهما على اى سطح يصيران ايضا مماسين لانه اذا اردنا ان نسطع الخط
المنحنى على السطح المعلوم نفرض من هذا الخط اسطوانة عمودا على سطح
المسقط ونفرض ايضا سطح $م ح د$ من خط $م ح$ المماس فهذا
السطح ممس بالاسطوانة في نقطة $م$ ويلزم ان يكون ايضا مماسا لهذا الجسم
في نقطة $ح$ ومشتقلا على خط $ح د$ المستقيم المماس لنقط $ح د$ المنحنى
نقط $ح د$ المماس هو مسقط خط $م ح$ على سطح المسقط

هذا التعريف يلى ايضا اذا كان يسقط الخط المنحنى والخط المماس به بخطوط
مخرقة على السطح المعلوم يلزم ان تكون الخطوط متوازية فقط

الطريقة التي قررناها لامتداد سطح مماس لجسم في نقطة معلومة على هذا
الجسم تحتوى على البحث عن خطين مستقيمين مماسين لخطين منحنين مارين
بهذه النقطة ومرسومين على الجسم المذكور ولكن في الجسم المتحرك السطح
المماس لهذا الجسم في نقطة من نقطه هو المنشئ من الخطين المماسين بالخط
الجانبى وبالخط المعتدل

انعمود على جسم في نقطة هو خط مستقيم عمود على السطح المماس لهذا

الجسم في هذه النقطة وبقية سطح المماس في النقطة المعلومة ويعلم من ذلك ان الخط العمودي لجسم تحرك في نقطة كل ما كانت مثل م يوجد دائما في سطح الخط الجانبي المار بهذه النقطة وايضا جميع الخطوط العمودية على الجسم المعلوم تتلاقى بمحور هذا الجسم ويفهم بالسهولة ان جميع الخطوط العمودية على الجسم المذكور في نقط الخط المعتدل تتلاقى في نقطة واحدة على خط المحور وجميع هذه الخطوط العمودية تحدث مخروطة معتدلة اذا كان جسمان يتقاطعان في نقطة من نقط هذا الخط لنظران السطح المماس باول جسم في النقطة المعلومة يشتمل على الخط المماس المطلوب وايضا السطح المماس بالجسم الثاني في النقطة المعلومة يشتمل على الخط المماس المطلوب فيفهم من ذلك ان الخط المماس المطلوب هو خط تقاطع السطحين المماسين بالجسمين المعلومين في النقطة المعلومة على الخط المشترك بين هذين الجسمين اذا اريد وجود خط مماس لخط تقاطع جسم بسطح مستوي في نقطة من نقط خط التقاطع يفهم ان السطح المماس للجسم المعلوم في النقطة المعلومة مشتمل على هذا الخط وكذلك السطح المعلوم فيخط تقاطع هذين السطحين هو الخط المطلوب

بيان تقاطع الاجسام المنحنية بسطح مستوي

الخط المنحني الحادث من تقاطع جسم بسطح مستوي يمر بجميع النقاط الحادثة من تقاطع السطح المذكور مع جملة خطوط ممتدة على الجسم المعلوم مثلاً اذا فرضنا خطاً كل ما كان على الجسم المعلوم فهذا الخط يقطع السطح التقاطع في نقطة او جملة نقاط وهذه النقاط تصير من نقط الخط المنحني الذي هو خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم فالخط المفروض يمكنه ان يكون خطاً مستقيماً او خطاً منحنيّاً مستوياً او خطاً منحنيّاً مضعاف الانحناء

بيان حل مسائل تقاطع سطح بجسم

اولا اذا كان للجسم خط راسم مستقيم فالسطح القاطع يقطع هذا الخط في نقطة في جميع المواضع التي يمر بها وتوجد نقط تقابل هذا السطح بجميع هذه الخطوط بالطريقة التي ذكرناها سابقا والخط المار بهذه النقط هو خط التقاطع المطلوب

ثانيا اذا كان للجسم خط راسم منحني مستويا ولكن سطح الخط المنحني يغير موضعه والخط المنحني نفسه يتغير على سطحه فسطح الخط الراسم اذا فرض في محل معلوم يقطع السطح القاطع بالجسم في خط مستقيم وهذان السطحان ليس لهما نقط مشتركة غير نقطة تقاطعهما ويفهم من ذلك ان نقط تقاطع السطح القاطع بالخط الراسم المنحني توجد على خط تقاطع السطحين المعلومين فاذا ابحشنا عن وجود خط تقاطع السطحين المذكورين بالطريقة التي ذكرناها سابقا تكون نقط تقاطع هذا الخط المستقيم مع الخط الراسم من نقط خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم

ثالثا اذا كان للجسم خط راسم منحني مضاعف الاثنية فوضح هذه الحالة كالحالة الاولى

اذا فرض الخط الراسم في محل معلوم على جسم مجدول يعتبر هذا الخط كخط من خطوط الاتكاء الثلاثة التي في الجسم المجدول (الجسم المجدول المذكور مرسوم من ثقل خط مستقيم متكي دائما على ثلاثة خطوط منحنية) وخط الاتكاء الباقيين كل ما كان

اذا فرض خطان مستقيمان موضوعان باي حالة كانت بالنسبة لخط منحني معلوم واخذ نقطة من نقط هذا الخط المنحني وفرض منها ومن خط مستقيم من خطوط الاتكاء سطح فهذا السطح يقطع خط الاتكاء الثاني في نقطة فاذا وصل بين هذه النقطة والنقطة التي اخذت يحط مستقيم فهذا الخط هو من خطوط الجسم المجدول الذي يمر بالخط المنحني المعلوم والسطح القاطع المقابل للخط المنحني يقطع الجسم المجدول وسطح خط تقاطعه يشتمل على النقطة المشتركة بين السطح القاطع والخط المنحني المعلوم ويفهم من ذلك ان تلك النقط توجد

على سطح خط التقاطع المستوي من الجسم المجدول وعلى الخط المنحني المعروف
وهي على خط تقاطعهما

إذا علم مسقطا خط منحني راسم لأجل وجود هذا الخط بفرض اسطوانتين
موسومتين بخطين مستقيمين عمودين على سطح المسقط وقاعدتهما الخطان
المنحنيان المذكوران فكل من الاسطوانتين تشتمل على الخط المنحني المذكور
وتصير عوضا عن الجسم المجدول الذي له خطا اتكاء مستقيمان ك كل ما كان
مأخوذاً من خارج الخط المنحني المذكور فكل من الاسطوانتين تقطع السطح
المستوي الذي يقابل الخط المنحني المعروف والنقط المشتركة بين هذا الخط
المنحني وخطي تقاطع السطح القاطع بالاسطوانة هي النقط المطلوبة

الرسم الوصفي السادس المسئلة الاولى

المطلوب استخراج سطح مماس بالاسطوانة في نقطة معلومة على هذا الجسم
فجعل ان خطي ا ب و ث د مسقطا الخط المستقيم الموازية له اضلاع
الاسطوانة ونفرض ان خط تقاطع الاسطوانة بالسطح الافقي تكون الدائرة
التي مركزها هـ فالمساقط الافقية لاضلاع الجسم يلزم ان تكون موازية لخط
ا ب والمساقط الراسية لهذه الاضلاع يلزم ايضا ان تكون موازية لخط ث د
وبعد ذلك اذا اردنا حدود المسقط الافقي للجسم المعلوم نمثل الدائرة التي مركزها
هـ خطين ح ش و ع ك مماسين وموازيين لخط ا ب بجميع المساقط
الافقية لاضلاع الجسم تقع بين خطي ح ش و ع ك وتصير موازية
لهذين الخطين ولأجل وجود المسقط الرأسى للجسم المعلوم وحدود هذا المسقط
نمد قطر ل م موازيا لخط الارض من مركز هـ ونسقطه نقطتي ل و م
الذين هما طرفي هذا القطر على السطح الرأسى فيصير مسقطاهما د و و
فاذا تأملنا نجد ان المساقط الراسية لاضلاع الجسم تقطع خط الارض بنقط
موضوعة بين نقطتي د و و وحيث اننا علم ان المساقط الافقية لتلك الاضلاع

يلزم ان تكون موازية لخط θ فاذا مددنا خطي θ و ϕ موازيين
 لخط θ من تقطعي θ و ϕ فهذان الخطان يصيران حدود المسقط الرأسى
 للجسم الاسطوانى وبعد ذلك نجعل نقطة ϕ المسقط الافقى للنقطة
 التى على الجسم ويلزم امتداد سطح مماس للجسم المعلوم منها فننظر اولاً ان نقطة
 ϕ هى مسقط افقى مشترك لنقطتين موضوعتين على الجسم المعلوم فى الفراغ
 لانه اذا اقتنا عموداً على السطح الافقى من نقطة ϕ فهذا العمود يقطع
 الاسطوانة فى نقطتين موجودتين على ضلعين من اضلاع الجسم اللذين
 مسقطاهما الافقيان يمران بنقطة ϕ وحيث اننا نعلم ان هذين المسقطين
 موازيان لخط θ فخط ϕ هو المسقط الافقى المشترك بين
 الضلعين المذكورين اللذين يشتملان على النقطتين فى الفراغ اللتين لهما
 مسقط افقى مشترك فى نقطة ϕ ونعلم ايضا ان جميع اضلاع الجسم لا يمكنها
 ان تقابل السطح الافقى الافقى من نقط من نقط الدائرة التى مركزها θ
 ولا تقابله ايضا الافقى من نقط مساقطها على هذا السطح فيفهم من ذلك
 ان الضلعين اللذين ذكرنا سابقاً يقابلان السطح الافقى فى تقطعي
 θ و ϕ فاذا اسقطنا تقطعي θ و ϕ على خط الارض فى تقطعي θ
 و ϕ ومددنا خطين موازيين لخط θ من هاتين النقطتين فهذان الخطان
 يصيران المسقطين الرأسين للضلعين المذكورين واذا اقتنا الان عموماً على خط
 الارض من نقطة ϕ فهذا العمود يقطع المسقطين الرأسين اللذين وجدنا فى
 تقطعي θ و ϕ وهاتان النقطتان يصيران المسقطين الرأسين للنقطتين على
 الجسم اللتان لهما ϕ مسقط افقى مشترك واذا اردنا الان ان نجد اثرى
 السطح المماس للجسم فى النقطة التى مسقطها ϕ و θ نعلم بعد ما تقدم
 سابقاً ان السطح المماس فى نقطة من اسطوانة يشتمل على جميع الاضلاع التى
 تمر بهذه النقطة واثره الافقى خط مماس بخط تقاطع الجسم بالسطح الافقى فى
 نقطة تقابل الضلع المار بالنقطة المعلومه مع السطح الافقى فاذا مددنا خط
 ϕ و مماساً للدائرة التى مركزها θ من نقطة ϕ فهذا الخط يصير الاثر

الافقي للسطح المماس المطلوب فلو جود نقطة من نقط الاثر الرأسى لهذا
السطح تنظر انه من حيث ان الضلع المماس من نقطة التماس لا يمكنه ان يقطع
السطح الرأسى الا في نقطة من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس المشتغل به
فاذا بحثنا عن نقطة صه التي هي نقطة تقابل الضلع المذكور
بالسطح الرأسى نجد هاهنا من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس واذا وصلنا بين
نقطتي صه و ر نخط صه ر هو الاثر الرأسى للسطح المطلوب ويدرك
هذا السطح بعد اثره فوحيث ان الضلع الذي فرضناه يقطع قاعدة الجسم
في نقطتين يمر بكل منهما خط مماس لهذه القاعدة فيفهم من ذلك انه يوجد
سطحان مماسان للجسم المذكور ويوجد السطح المماس الثاني بطريقة
مشابهة للتي ذكرناها لوجود السطح المماس الاول

التصحيح الاول لرسم حل هذه المسائل

السطحان المماسان اللذان وجدناهما مارين بضلعين من اضلاع الجسم يلزم
ان يكون خط تقاطعهما موازيا لهذين الضلعين لانه اذا فرضنا في السطح
الاول خطا موازيا للضلعين المذكورين من نقطة تقاطع الاثرين الافقيين
للسطحين المماسين فهذا الخط الموازي يوجد على السطح الاول ولوجوب
وجوده على السطح المماس الثاني يصير ايضا خط تقاطعهما واذا بحثنا
عن خط تقاطع السطحين المماسين فهذا الخط يلزم ان يكون موازيا لمسقطي
ا ب و ث د فاذا كان الامر كذلك فالرسم صحيح

التصحيح الثاني

اذا فرضنا خطا افقيا في الفراغ مارا من نقطة التماس وموجودا في السطح
المماس في هذه النقطة فهذا الخط يصير موازيا للاثر الافقي للسطح المماس
المذكور والمسقط الافقي لهذا الخط يصير خط ف ا موازيا لخط هـ
ومسقطه الرأسى يصير خطا موازيا لخط الارض وحيث ان الخط المفروض
لا يمكنه ان يقطع السطح الرأسى الا في نقطة من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس

الذي يشتمل عليه نقطة - يلزم ان تكون على خط م م
هذا التصحيح يمكن اجراؤه على السطح المماس الثاني

المسئلة الثانية

اذا اريد امتداد سطح مماس لاسطوانة من نقطة خارجة عن هذا الجسم
فالخطوط التي رسمت في ابتداء المسئلة الاولى لوجود عدد مسقطي
الاسطوانة لاتزال كما هي في رسم الحل الذي اريد شرحه
وبعد ذلك نجعل د و ه مسقطي النقطة التي خارج الجسم ونمد خطا
موازيا للخط الراسم اولضلع الجسم من هذه النقطة فمسقطا هذا الخط الموازي
يصيران د ا و ه ث ونقطتا م و م تصيران نقطتي تقابل الخط
المذكور بسطحي المسقط والاثار الافقية للسطوح المارة من الخط الموازي
للضلع ومن النقطة المعلومة يلزم ان تمر نقطة - واثار السطوح المماسية للجسم
المعلوم يلزم ان تكون مماسة للدائرة التي مركزها ه فاذا مددنا خطي
م و م ث مماسين للدائرة المذكورة من نقطة م فهذان الخطان
يصيران الاثرين الافقيين للسطحين المماسين للجسم المعلوم وممتدين من النقطة
المعلومة وحيث ان الاثرين الراسيين لهذين السطحين يلزم ان يمرا بنقطة م
فاذا وصلنا بين نقطتي م و م وبين م و ه فخطا م ه و م ه
يصيران الاثرين الراسيين للسطحين المماسين للجسم المعلوم في النقطة المعلومة

التصحيح الاول لرسم هذا الحل

ضلعا الجسم اللذان يمر منهما السطحان المماسان لهذا الجسم يلزم ان يكون
كل منهما مقابلا للسطح الراسي في نقطة من نقط الاثر الراسي للسطح المماس
المشتمل عليه وحيث ان هذين الضلعين احدهما اثره ه ف د و
ثمة م ك والثاني اثره م ح و د نغ يفهم من ذلك ان هذين الخطين
يلزم ان يقابلا السطح الراسي في نقطة من نقط الاثر الراسي للسطح المماس
المشتمل عليه فاذا لم يحصل ذلك فرسم الحل ليس بتصحيح

التصحيح الثاني

اذا فرضنا خطوطا افقية من نقطة $د$ و $ث$ وفي السطحين المماسين للجسم المعلوم فهذه الخطوط يلزم ان تقطع السطح الرأسى في نقطة من نقط الاثرين الرأسين وهما $م$ و $ث$ و $م$ و $د$

المسئلة الثالثة

اذا اريد امتداد سطح مماس لاسطوانة ومواز لخط معلوم في الفراغ فان الخطوط التي رسمت في ابتداء المسئلة الاولى لوجود حدود مسقطى الجسم تستعمل في رسم الحل الذي اريد شرحه وبعد ذلك نفرض ان خطى $ع$ و $غ$ مسقطا لخط الذى مرادنا امتداد سطح مماس للجسم وموازياله ونمد خطا موازيا للخط الذى مسقطاه $ع$ و $غ$ من نقطة $(ر و د)$ التي هي نقطة تقابل خط $(ا ب و ث د)$ مع السطح الرأسى فمسقطا هذا الخط بصيران $ر و د$ ونبحث عن نقطة $ح$ التي هي نقطة تقاطع الخط الموازى بالسطح الافقى فاذا وصلنا بين نقطتي $ا و ح$ فخط $ا ح$ يصير الاثر الافقى لسطح مواز للسطح المماس المطلوب وحيث ان السطح المماس يلزم ان يمر بخطين موازيين للخطين اللذين حدث منهما السطح الذى اثره الافقى خط $ا ح$ وكذلك يلزم ان تكون الاثار الافقية للسطوح المماسية للجسم المعلوم مماسة للدائرة التي مركزها $هـ$ فيفهم من ذلك انه لاجل وجود الاثرين الافقيين للسطحين المماسين فمد خطى $م د$ و $ع غ$ مستقيمين مماسين للدائرة المذكورة وموازيين لخط $ا ح$ فالضلع الذى يمر منه السطح المماس الاول ومسقطياه $د ش$ و $هـ ك$ يقطع السطح الرأسى في نقطة $و$ وهذه النقطة يلزم ان تكون من نقط الاثر الرأسى للسطح المماس المذكور فاذا وصلنا بين نقطتي $و و م$ فخط $وم$ هو الاثر الرأسى للسطح المماس الاول ويفعل لامتداد السطح المماس الثانى كما فعل بالسطح المماس الاول

السطحان المماسان للذان وجدامتوازيين يلزم ان يكون اثرهما الراسيان
متوازيين وهذا يجعل لتجميع رسم هذه الدعوى

تنبيه مفيد

في الثلاث دعوى التي حللناها فافرضنا ان الاسطوانة تقطع السطح الافقى
في دائرة ولكن في بعض الاوقات الجسم المذكور يقطع السطح الافقى في خط
مخن كل ما كان فالطرق التي شرحت يمكن اجراؤها على هذه الحالة ولكن
ننبه انه اذا علم المسقط الافقى فقط لنقطة التماس التي هي على الجسم الاسطوانى
يمكن ان يكون هذا المسقط مشتركين اكثر من نقطتين من نقط الجسم ولذلك
تحدث حالة سطوح مماسة للجسم المعلوم

الرسم الوصفى السابع .

المسئلة الرابعة

اذا اريد امتداد سطح مماس لخروط في نقطة معلومة على هذا الجسم
تجعل ه مركز الدائرة التي هي خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح الافقى وم
و م مسقطي رأس الجسم فاذا مددنا من نقطة م خطين مستقيمين
مماسين للدائرة التي مركزها ه فهذان الخطان يصيران حدى المسقط
الافقى للجسم المذكور واذا مددنا قطر ا ب موازيا لخط الارض واسقطنا
نقطتي ا و ب على السطح الرأسى ووصلنا بين نقطتي ب و م وبين
نقطتي ا و م فهذان الخطان يصيران حدى المسقط الرأسى للجسم
المعلوم وبعد ذلك نجعل نقطة و المسقط الافقى لنقطة من الجسم المذكور
فننظر اولان نقطة و هي مسقط افقى مشترك بين نقطتين من نقط الجسم
المعلوم لانه اذا انعمودا على السطح الافقى من نقطة و فهذا العمود يقطع
الجسم المعلوم في نقطتين واذا بحثنا الان عن وجود المسقطين الرأسين لهاتين
النقطتين فنظرا انه اذا وصلنا بين نقطتي م و و بخط م و فهذان الخط

يصير مسقطا افقيا مشتركا بين ضلعين من اضلاع الجسم المذكور وما را به هذه النقطة وهذا الخط يقطع ايضا الدائرة التي مركزها ه في نقطتي ت و ع اللتين هما نقطتا تقابل الضلعين المذكورين بالسطح الافقي فاذا استطنها هاتين النقطتين على خط الارض في نقطتي ف و ح و وصلنا بين هاتين النقطتين ونقطة م نخطا ف م و ح م يصيران المسقطين الراسيين للضلعين المذكورين واذا انزلنا الان عمودا على خط الارض من نقطة و فهذا العمود يقطع المسقطين الراسيين للضلعين المذكورين في نقطتي س و ش وهما النقطتان هما المسقطان الراسيان للنقطتين اللتين على الجسم ولهما مسقط افقي مشترك فالسطحان المماسان المماسان بهاتين النقطتين لهما اثران افقيان مماسان للدائرة التي مركزها ه في نقطتي ت و ع والخط الذي مسقطاه م ت و م ف يقطع السطح الراسي في نقطة من نقط الاثر الراسي للسطح المماس المشترك على هذا الخط فاذا بحثنا عن نقطة ك التي هي نقطة تقابل الخط المذكور بالسطح الراسي ووصلنا بين نقطتي ك و و بخط مستقيم فهذا الخط يصير الاثر الراسي للسطح المماس الاول

وبفعل هكذا الامتداد السطح المماس الثاني

التصحيح الاول لرسم هذا الحل

حيث ان السطحين المماسين يمران برأس الجسم المخروطي نخط تقاطعهم يلزم ان يمر ايضا بهذه النقطة فاذا بحثنا عن مسقطي هذا الخط فجدنا به يلزم ان يمر بنقطتي م و م اللتين هما مسقطا راس الجسم

التصحيح الثاني

اذا مددنا خطوطا افقية من نقط التماس في السطوح المماسية فكل من هذه الخطوط الافقية يقطع السطح الراسي في نقطة من نقط الاثر الراسي للسطح المشترك عليه ويستعمل ذلك لوجود نقطتي ا و ب اللتين هما نقطتا تقابل

المسئلة الخامسة

اذا اريد امتداد سطح مماس لجسم مخروطي من نقطة معلومة خارجة عن هذا الجسم فالخطوط التي رسمت في ابتداء حل الدعوى الاخيرة التي هي الرابعة لوجود حدود مسقطي المخروط تسعمل ايضا في حل هذه الدعوى وبعد ذلك تجعل م و م مسقطي النقطة المعلومة التي يلزم امتداد سطح مماس للجسم المعلوم منها واذا وصلنا بين نقطتي ا و م وبين نقطتي ب و م خطا ا م و ب م بصيران مسقطي الخط المستقيم الفراغي الواصل بين راس المخروط والنقطة المعلومة واذا اجتمعنا عن نقطة و التي هي نقطة تقابل هذا الخط بالسطح الافقي نجد هـا من نقط الاثر الافقي للسطح المار بالنقطة المعلومة وبراس المخروط وحيث اننا علم ان الاثر الافقي للسطح المماس للمخروط هو خط مماس للدائرة التي مركزها هـ فاذا مددنا من نقطة و خطي و ت و ح و مماسين للدائرة المذكورة فهذان الخطان يصيران الاثرين الافقيين للسطحين المطلوبين المماسين للجسم المعلوم واذا نظرنا الى نقطة التماس اعني نقطة ف التي هي على الجسم نجد ان الخط المار بهذه النقطة يوجد تاما في السطح المماس الذي اثره الافقي هو خط ت و ومسقطا هذا الخط يصيران خطي ف ا و ح و واذا اجتمعنا عن نقطة ش التي هي نقطة تقابل هذا الخط بالسطح الراسي نجد هـا من نقط الاثر الراسي للسطح المماس المذكور فاذا وصلنا بين نقطتي ش و ت بخط مستقيم نخط ش ت يصير الاثر الافقي للسطح المماس المطلوب وبعد ذلك يدرك السطح نفسه

فبطرق تصحيح رسم حل هذه المسئلة هي كطرق تصحيح رسم حل المسئلة السابقة اعني الرابعة

المسئلة السادسة

إذا أريد امتداد سطح مماس لخروط مواز لخط معلوم في الفراغ
فلاجل حل هذه المسئلة ترسم الخطوط اللازمة لوجود حدود مسطوية
الخروط وبعد ذلك نجعل $ا - و$ ث $و$ اثنى الخط المعلوم الذي يلزم
امتداد سطح مماس مواز له ونفرض خطا في الفراغ موازيا للخط المعلوم من
رأس الجسم الذي مسقطاه $ف و ف$ ف مسقطا $ف و ف$ ث
يصيران موازيين لخطي $ث و ا -$ اللذين هما مسقطا الخط
المعلوم ونبحث عن نقطة $ش$ التي هي نقطة تقابل الخط الموازي بالسطح
الافقي وبعد ذلك نتمم رسم حل هذه المسئلة كما فعلنا في المسئلة السابقة

مسقطا خط تقاطع السطحين المماسين يلزم ان يكونا موازيين لمسقطي الخط
المعلوم وذلك ينظر كتصحيح رسم حل هذه المسئلة
رسم حل هذه المسئلة ليس عموما لانه اذا مددنا من رأس الخروط خطا موازيا
للخط المعلوم وبجئنا عن نقطة تقابله بالسطح الافقي فتارة لا يمكننا امتداد
خط من هذه النقطة مماس للخط المنحني الذي هو خط تقاطع الجسم المعلوم
بالسطح الافقي وهذه الحالة لا تجرى الا اذا كان الخط الموازي المماس لرأس الجسم
من داخل الجسم المعلوم

الرسم الوصفى الثامن

المسئلة السابعة

إذا أريد امتداد سطح مماس لجسم تحرك من نقطة معلومة على هذا الجسم
نفرض ان الجسم التحركي هو قطع ناقص مجسم ونفرض ان الدائرة التي مركزها
 $هـ$ هي المسقط الافقي للجسم المعلوم $ا - ث$ هو المسقط الرأسي
لخط جانبي حادث من تقاطع سطح مواز للسطح الافقي بالجسم المعلوم
ومحور الجسم المعلوم يكون عمودا على السطح الافقي ونفرض ان
المسقط الافقي للنقطة المعلومة على الجسم يكون نقطة $م$

م فينظران نقطة م هي مسقط افقي مشترك بين نقطتين من نقط الجسم
 المعلوم وهاتان النقطتان توجدان في السطح القاطع الجانبي المرسوم بـ سطح
 م ح ف وبعد ذلك يركب السطح المماس للجسم المعلوم في النقطة
 المعلوم من الخط المماس للخط الجانبي المار بهذه النقطة ومن الخط المماس
 للخط المعتدل المار ايضا بهذه النقطة فيث ان الخط المماس للخط المعتدل
 عمود على سطح الخط الجانبي يفهم من ذلك ان السطح المماس المار بهذا
 الخط المماس يصير عمودا على سطح الخط الجانبي وحيث ان السطح الافقي
 عمود ايضا على سطح الخط الجانبي يفهم من ذلك ان الاثر الافقي للسطح
 المماس هو خط عمود على سطح الخط الجانبي كخط تقاطع سطحين عمودين
 على سطح ثالث وبعد ذلك يصير الاثر الافقي للسطح المماس المطلوب عمودا على
 الاثر الافقي لسطح الخط الجانبي فينبغي لنا ان نعلم نقطة من نقط الاثر الافقي
 للسطح المماس المطلوب لاجل وجود هذا السطح ولذلك نفرض ان سطح
 م ح ف يصير موازيا للسطح الرأسى فاثره الافقي يصير هـ ونقطة
 م نوضع على نقطة م فيث ان نقطة م هي الان مسقط افقي مشترك
 بين نقطتين من نقط الجسم المعلوم وموجودتان على الخط الجانبي الذي هو
 مواز للسطح الرأسى يفهم من ذلك ان المسقطين الرأسين لهاتين النقطتين
 يلزم ان تكونا على المسقط الرأسى للخط الجانبي فاذا اترنا عمودا على خط
 م ن من نقطة م فنقطتا ا و هـ اللتان هما نقطتا تقابل هذا
 ودبقطع ا ب ث و الناقص هما المسقطان الرأسيان للنقطتين اللتين
 على الجسم المعلوم ولهما مسقط افقي مشترك م قبل تحرك سطح القطع
 الجانبي اعنى متى كانتا في موضعهما الاول كان لهما مسقط افقي مشترك نقطة
 م فيث ان النقطتين اللتين على الجسم المعلوم في تحرك الخط الجانبي رسما
 قوسى دائرتين موازيين للسطح الافقي فالمسقطان الافقيان لهذين القوسين
 هما خطان مستقيمان موازيان لخط الارض ونقطتا ا ب هما من نقط
 مسقطين الرأسين المذكورين ويفهم من ذلك انه اذا مددنا من نقطتى ا و ب

خطين مستقيمين موازيين لخط الارض فهذان الخطان يلزم ان يكونا مشتملين
على المسقطين الرأسين للنقطتين اللتين هما على الجسم المعلوم ولهما مسقط
افقي مشترك فاذا انزلنا من نقطة م عمود م د على خط الارض فنقطتا
م و ه يصيران المسقطين الرأسين المطلوبين والخط المماس للخط الجانبي
الذي هو مواز للسطح الرأسى فى النقطتين اللتين مسقطاهما م و ا
له مسقط افقى خط ه ل ومسقط رأسى ا د مماس لقطع ا ب ش الناقص
فى نقطة ا وهذا الخط المماس يقابل السطح الافقى فى نقطة ه فاذا
اعدنا سطح الخط القاطع الجانبي الى موضعه الاول فالخط المماس فى النقطة
التي مسقطاها م و ا يدور فى وقت واحد مع السطح المشتمل عليه ويصير
خطا مماسا فى النقطة التي مسقطها م و د فحيث ان نقطة ل ترسم
ايضا فى التحرك قوس دائرة ل ف فنقطة ف هي نقطة تقابل الخط
المماس فى النقطة التي مسقطاها م و د مع السطح الافقى وحيث
انه يلزم مرور السطح المماس بهذا الخط المماس يعلم من ذلك ان نقطة ف
هي نقطة من نقط الاثر الافقى للسطح المماس المطلوب فاذا اقتنا عمو
د ف ح على خط د ف من نقطة ف فهذا العمود يصير الاثر الافقى
للسطح المماس للقطع الناقص الجسم فى النقطة التي مسقطاها م و د
ولا جل وجود الاثر الرأسى لهذا السطح نفرض خطا افقياس من نقطة التماس
فى السطح المماس فهذا الخط يصير عمودا على خط ف ح ومسقطاه
يصيران م خ و د ر واذا بحثنا عن نقطة ر التي هي نقطة تقابل الخط
الافقى مع السطح الرأسى فهذه النقطة يلزم ان توجد على الاثر الرأسى للسطح
المماس المطلوب واذا وصلنا بين تقطى ر و ح فخط ر ح يصير الاثر
الرأسى للسطح المماس للقطع الناقص الجسم فى النقطة التي مسقطاها
م و د ويدرك هذا السطح من غير مشقة
ويوجد السطح المماس للجسم المعلوم فى النقطة التي مسقطاها م و
بطريقة مشابهة للطريقة التي استعملت لاجل وجود السطح المماس الاو

الدائرة التي هي تقاطع الاسطوانة مع السطح الافقي فمسقط محور الجسم
يصيران ه و ف ه وحد المسقط الرأسى للجسم المعلوم اللذين هما
ا ب و د يصيران موازيين لخط ف ه ونفرض ان السطح
القاطع يكون عمودا على السطح الرأسى واثره الرأسى يكون خط
و ش فاثره الافقى يصير خط ش ه عمودا على خط الارض وتنظر
بالسهولة ان خط م د هو المسقط الرأسى لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح
القاطع وتنظر ايضا ان خط التقاطع المطلوب يوجد مركزا من نقط تقابل
السطح القاطع باضلاع الجسم المعلوم فحيث ان المسقط الرأسى لضع من
اضلاع الجسم هو خط مستقيم مثل ل ا الموازى لخط ف ه فهذا
الخط المستقيم لا يمكنه مقابلة السطح الافقى الابنقطة من تقط الدائرة التي
مركزها ه ويظهر من ذلك انه اذا اخذنا عمودا من نقطة على خط الارض
فهذا العمود يقطع دائرة ه في نقطتي ع و د وهاتان النقطتان
هما المسقطان الافقيان لاضلعين من اضلاع الاسطوانة اللذين لهما مسقط
رأسى مشترك وهو خط ل و حيث ان السطح القاطع عمود على السطح
الرأسى فكل نقطة من نقط خط التقاطع المطلوب مسقطها الرأسى نقطة من
نقط الاثر الرأسى للسطح القاطع وحيث ان المساقط الرأسية لنقط الخط المنحنى
المطلوب يلزم ايضا ان تكون على المساقط الرأسية لاضلاع الجسم الماربتلك
النقطتين ا التي هي نقطة تقاطع خط ل و مع خط م د هي المس
الرأسى لنقطتين من نقط الخط القاطع المطلوب اللتان لهما مسقطان افقيان
ع و ت فيسهل الان وجود مساقط جميع نقط الخط المنحنى الذى هو خط
تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم فلو رسم هذا الخط في مسطحه تنظر ان خطي
ش ه و ش د يمكن فرضهما كخطين عمودين على بعضهما موضوعين
على سطح الخط المنحنى المطلوب ويستجى احدهما خطين خطيا افقيا والاخر
خطا قائما الابعاد التي تؤخذ على الخط الافقى تسمى ابعادا افقية واللى تؤخذ
على الخط القائم تسمى ابعادا قائمة فهذا الخط المنحنى يوجد اذا علمنا ابعاد كل

نقطة من نقط الخط المطلوب للخطين العمودين المذكورين وحيث ان خط
اشه يعتبر كافق مشتركين بين نقطتين من نقط الخط المنحني المطلوبين
لهم فاقامنا و و و ت فاذا فرضنا ان السطح القاطع
حول خط د شه حتى يصير سطحنا واحدا مع السطح الرأسي ففي هذا
التحرك خط ك شه المستقيم ينطبق على خط شه س الذي هو عمود
على خط شه د وانا نظرننا لافق شه م فجدد ان خط ا شه
المستقيم هو القائم المطابق لهذا الافق واذا اخذنا مقدار م مساويا
لخط ا شه فجدد نقطة من نقط الخط المطلوب واذا اخذنا ايضا افق شه ا
تنظر ان القائمين المطابقين لهذا الافق هما و و و ت واذا اخذنا من نقطة
ا بعدين على العمود الذي هو على خط شه د مساويين لخطي
و و و ت فجدد نقطتين اثنتين من نقط الخط المنحني المطلوب في سطح هذا
الخط حين ينطبق على السطح الافقي واذا فعلنا كما ذكرنا بجميع نقط
الخط المنحني المطلوب فجدد ان الخط المنحني هو د ا ب عرض خط شه غ
ك خط م د المستقيم منقولاً وموضوفاً موازياً لنفسه بعد التحرك
واذا اريد رسم الخط المنحني على السطح الافقي تصور انه اذا كان الخط
المنحني في سطح مواز للسطح الافقي فمسقطهما الافقي يصير مساوياً له فاذا
دورنا السطح القاطع حول النقطة التي في مسقطها ف و حتى يصير
موازياً للسطح الافقي فنقطتنا م و د يرسمان قوس دائرة م ع
د غ والاثرا الرأسي للسطح القاطع يصير خط ع ع مستقيماً
موازياً لخط الارض فمن كون ان كل نقطة من نقط الخط المنحني المطلوب في هذا
التحرك ترسم قوس دائرة في سطح مواز للسطح الرأسي تكون المساقط الافقية
لهذه الاقواس في مسطوح مواز لخط الارض وبعد ذلك اذا نظرنا الى نقطة
(و م) التي هي من نقط الخط المنحني المطلوب فجدد ان مسقطها الرأسي في هذه
الحالة هو نقطة ع ومسقطها الافقي يلزم ان يوجد على خط مواز لخط الارض
مازب نقطة و ويفهم من ذلك انه اذا ابرأنا عموداً على خط الارض من نقطة

ع فنقطة α تصبح نقطة من نقط الخط المنحني المطلوب حين ينطبق
سطحه على السطح الافقي وكذلك النقطتان اللتان كان لهما α مسقطا
مشتركا رأسيا ولهما الان α مسقطا آخر رأسي ومسقطاهما الافقيان يلزم ان
يوجد على خطين موازيين لخط الارض عمدين من تقطعي α و β
ويفهم من ذلك انه اذا تركنا هود α على خط الارض من نقطة α
فقطتا α و β يصيران من نقط الخط المنحني المطلوب ويسهل لنا بعد ذلك
انعام رسم هذا الخط واذا اردنا الان امتداد خط مماس لهذا الخط المنحني من
النقطة التي مسقطاهما α و β ننظر ان الخط المماس المطلوب هو
في السطح القاطع الذي هو سطح الخط المنحني الموجود وفي السطح المماس
للاسطوانة في نقطة α (α) ويفهم من ذلك ان الخط المماس المطلوب مسقطه
الافقي هو الاثر الافقي للسطح المماس المذكور اعني الخط المماس للدائرة التي
مركزها α في نقطة α α هي نقطة α التي هي تقابل الخط المماس
للدائرة مع خط α α هي نقطة تقابل الخط المماس المطلوب مع
السطح الافقي لان الخط المماس المطلوب لا يمكنه مقابلة السطح الافقي الا في
نقطة من نقط خط α α ونقطة من نقط خط α α ويفهم من ذلك
ان نقطة α هي نقطة من نقط المسقط الافقي للخط المطلوب تماسه في النقطة
التي مسقطها α و α ونقطة α α فوضع على α حين ينطبق
السطح القاطع على السطح الرأسى بشرط ان α α يساوى α α
ونقطة α هي نقطة من نقط الخط المنحني منطبقة على السطح الرأسى
ويفهم من ذلك ان الخط المماس المطلوب يمر بنقطتي α و α ويدرك بعد
هذا الخط .

وكان يمكن ان ندور السطح القاطع حول خط α α حتى يصير سطحا
واحدا مع السطح الافقي ففي هذا التحرك كل نقطة من نقط الخط المنحني
ترسم قوس دائرة موضوعا في سطح مواز للسطح الرأسى وخط α α يقع
على خط الارض فان الخط المنحني يعتبر كانه وضع على سطح الخط القائم والخط

الافقي المذكورين سابقا وهما شـ ث و شـ ك والابعاد الا فقية
والرأسية ليكل نقطة من نقطة هذا الخط المنحني تصير معلومة والخط نفسه يصير
معلوما

ونبحث الان على الخط المماس لخط مـ فـ ث المنحني ولذلك اذا نظرنا الخط المنحني
الذي هو خط تقاطع السطح القاطع بالاسطوانة في موضعه الحقيقي نجد ان الخط
المماس في نقطة (اـ د) يقطع القطر الثاني للخط المنحني في نقطة (هـ سـ) وذلك
يحصل حين يصير الخط المنحني موازيا للسطح الافقي ففي هذا التحرك نقطة (كـ شـ)
التي تقابل الخط المماس بالسطح الافقي تصير نقطة (هـ ع) فاذا وصلنا بين
نقطتي ع و ثـ فخط عـ ثـ يلزم ان يمر بنقطة سـ

بيان حل انبساط الجسم

اذا اريد انبساط جسم قاي خط على هذا الجسم سواء كان منحنيا او مضعف
الانحناء يصير خطا مخالفا على سطح الانبساط ويسمى هذه الحالة انتشار
وانبساط الخط المنحني المذكور

فاذا علم انتشار خط من خطوط الجسم المنبسط فهذا الخط يسمى محور الانبساط
اذا كانت قاعدة الجسم خطا كل ما كان قاتنشار خط تقاطع السطح القاطع
العمود على السطح القاطع المعتدل هو دائما مستقيم على سطح الانبساط
لان اضلاع الاسطوانة المعلومة المتوازية على سطح المسقط تكون ايضا
متوازية على سطح الانبساط والخط العمود عليها يلزم ان يكون خطا
مستقيما

نقرض ان محور الانبساط يكون خط تقاطع السطح القاطع المعتدل
باسطوانة ونجعل السطح المماس للاسطوانة سطح الانبساط فالسطح
المماس المذكور يقطع السطح القاطع المعتدل في خط (وـ اـ مـ) المستقيم
موازيا لخط شـ ك وسطح الانبساط يقطع اثر شـ د الرأس في نقطة
مـ التي يمتد منها خط مـ مـ الذي هو خط تقاطع السطح القاطع المعتدل

بالجسم المعلوم فإذا رسمنا خط $ر ر$ المستقيم المساوي لمحيط الدائرة التي مركزها
 هـ واخذنا نقطة $ص$ هـ على هذا الخط واعتبرناها كنقطة ($و م$) على سطح
 المسقط نخطا $ص ر و$ $ص$ يصيران منبسطا نصف $ح و ث$ $ح و ث$
 وت لمحيط الدائرة المذكورة وهذان النصفان إذا قسمنا اجزاء كثيرة متساوية
 بشرط ان كل جزء يعتبر كنخط مستقيم وحولت ايجاد نقاط الانقسام على يمين نقطة
 $ض$ وشمالها فالعواميد القائمة من نقط التقسيم على خط $ر ر$ المستقيم
 هي اضلاع الاسطوانة المنتشرة على سطح الانبساط فكل نقطة من نقط خط
 التقاطع المطلوب يمكن ان نقرض على سطح الانبساط كأنها موجودة بعد
 ادراكها للذين هما جزآن من اجزاء محور الانبساط المضلع وبعدها انقائم
 هو الذي بينها وبين محور الانبساط وهذا البعد يؤخذ على اضلاع
 الاسطوانة فإذا اخذنا نقطة ($د ا$) التي هي على الاسطوانة واخذنا قوس
 $ص د$ كالبعد الافقي لهذه النقطة نخط $و د$ يصير البعد المقائم لهذه
 النقطة وإذا قلنا هذه النقطة على سطح الانبساط واخذنا خط $ص د$
 مساويا لخط $و ث$ واخذنا ايضا خط $د ا$ مساويا لخط $ا و$ فيجد النقطة
 المذكورة ونفعل بجميع نقط الخط المنحني الذي هو خط تقاطع السطح القاطع
 بالاسطوانة على سطح الانبساط كما فعلنا بهذه النقطة فانتشار هذا الخط المنحني
 يصير خط $ل ص$ ط المنحني وإذا حولنا هذا الخط المنحني على الاسطوانة بشرط
 ان خط $ب ا$ المستقيم ينطبق على الضلع الذي مسقطاه $ا ب و$ $ص$
 فطر $ق ا ل و ط$ يجتمعان في نقطة واحدة وهي ($د و$) والخط المماس في نقطة
 ($د ا$) يقابل سطح الانبساط في النقطة التي مسقطها الافقي $ظ$ وهذه
 النقطة هي نقطة تقابل خط $ت خ$ المماس مع خط $ا و$ المستقيم ممتدا
 والخط الذي في الفراغ الواصل بين نقطة ($د و$) ونقطة ($ظ م$) يصير مساويا
 لمسقط $ت ظ$ الافقي لانه مواز للسطح الافقي والخط المماس في نقطة ($د ا$)
 يدرك $ث$ وتر المثلث القائم الزاوية الذي احد ضلعيه خط $ت ظ$ والضلع
 الاخر خط $و ا$ وسيتان سطح هذا المثلث يصير هو سطح الانبساط

سطحا واحدا يفهم من ذلك انه اذا اخذنا بعدا من الدائرة النقطة α خط $\alpha\tau$ مساويا لخط $\tau\theta$ ووصلنا بين نقطتي $\alpha\tau$ بخط مستقيم نقط $\alpha\tau$ يكون الخط المماس على سطح الانبساط لخط تقاطع السطح القاطع بالجسم الاسطوانى المنشور

الرسم الوصفي العاشر .

اذا اريد وجود خط تقاطع سطح عمود على السطح الرأسى بمخروط تقبه اولاه اذا وصل بين المخروط ومركز قاعدته بخط قائم مستقيم ووجد هذا الخط عمودا على قاعدة المخروط يقال لهذا المخروط مخروط قائم واذا كان الخط الذى يسمى محور المخروط مائلا على سطح قاعدة المخروط فالخروط يسمى مخروطا مائلا

ولاجل حل المسئلة المذكورة نجعل $هـ$ مركز الدائرة التى هى تقاطع المخروط بالسطح الاقوى $وهـ$ و $ف$ مسقطى محور المخروط نقط $هـ$ $ا$ و $هـ$ $ب$ هما احدا المسقط الرأسى للجسم المخروطى وبعد ذلك نفرض ان السطح القاطع عمود على السطح الرأسى فاثراه يصير احدهما $سـ$ والاخر $ثـ$ عمودا على خط الارض فالمسقط الرأسى للخط المنحنى الذى هو خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المذكور هو خط $مـ$ لان السطح القاطع عمود على السطح الرأسى فننظر ان الخط المنحنى المطلوب فى الدعوى التى سبقت وجد بنقطة تقابل السطح القاطع باضلاع الجسم المعلوم فاذا مددنا خط $هـ$ $حـ$ حيث ما اتفق فهذا الخط يعتبر كمسقط رأسى مشترك بين ضلعين من اضلاع الجسم فنحن حيث ان جميع هذه الاضلاع تقطع السطح الاقوى فى نقطة الدائرة التى مركزها $هـ$ فاذا اتينا عمود $حـ$ $سـ$ على خط الارض فنقطط $سـ$ و $هـ$ هما نقطتا تقابل ضاعى الجسم اللذين مسقط $هـ$ $حـ$ الرأسى مشترك لهما فاذا وصلنا بين نقطتي $هـ$ $سـ$ ونقطتي $فـ$ $سـ$ نقطتا $سـ$ و $حـ$ يصيران المسقطين لاقعيين للضلعين المذكورين ونقطة

ك التي هي نقطة تقابل خط هـ بخط مـ هي المسقط الرأسى
 المشترك بين نقطتين من نقط الخط المنحنى المطلوب وهاتان النقطتان يلزم ان
 يكون مسقطاهما الاقبيان على المسقطين الاقبيين لضلعي الجسم اللذين
 يشتملان عليهما واذا انزلنا عمود كـ من نقطة ك على خط الارض
 فنقطتا ل و ر يصيران المسقطين الاقبيين للنقطتين من الجسم اللتين
 لهما ك مسقط رأسى مشترك وبعد ذلك يمكن ان نجد المساقط الاقبية
 لجمله نقط من نقط الخط المنحنى المطلوب ولذلك يعلم ان الطريقة التي تبينها
 لا نخدم لوجود المسقطين الاقبيين للنقطتين اللتين لهما ومسقط رأسى مشترك
 والنقط القريبة لهذه النقط توجد من تقاطع الخطوط التي تحدث بينهما زوايا احادة
 وهذا يمنع من تحقيق تقاطعها فيلزمنا ان نوضح طريقة اخرى لوجود تلك
 النقط ولاجل ذلك نفرض سطحاً اقبياً من نقطة و فهذا السطح يقطع
 الجسم في دائرة مسقطها الرأسى يصير خط غـ المستقيم ومسقطها الاقبي
 يصير دائرة مرسومة من نقطة هـ ك مركز و يبعد ر كنصف قطر فالسطح
 الاقبي المذكور اما ايضا بالنقطة التي مسقطها هـ و يقطع السطح
 القاطع المعلوم في خط افقى له نقطة و مسقط رأسى و خط مسقطه الاقبي
 هـ ف فالخط الاقبي المذكور يقطع الدائرة التي هي تقاطع الجسم بالسطح المار
 بنقطة (هـ و) في نقطتين وحيث ان هاتين النقطتين في السطح القاطع المعلوم
 ومنهما يمر ضلعان من اضلاع الجسم بفهم من ذلك ان هاتين النقطتين من نقط
 الخط المنحنى المطلوب والمسقطان الاقبيان لهاتين النقطتين يلزم ان يكونا على
 الدائرة المرسومة من نقطة هـ ك مركز و يبعد و ر كنصف قطر فنقطتا
 ف و ت هما المسقطان الاقبيان للنقطتين المذكورتين ونفعل لرسم الخط
 المنحنى المطلوب في سطحه كما فعلنا في الرسم الهندسى السابق والفرق بينهما
 تنوير السطح القاطع المطلوب حول اثره عوضاً عن تدويره حول خط محيط
 اخر ولاجل ذلك يمر الخط المماس للخط المنحنى المطلوب المرسوم على السطح
 الاقبي في عمل الرسم بنقطة تقابل هذا الخط المماس بالسطح الاقبي

بيان حل انبساط الجسم

نأخذ محيط دائرة Γ ونفرضه محورا لانبساط فتغير هذه الدائرة بدائرة مرسومة بنصف قطر مساو لنقط Γ ونفرض ان خط Γ كانه الضلع الذي مسقطاه Γ وهـ فاذا جعلنا نقطة Γ مركزا ورسمنا محيط دائرة واخذنا من نقطة Γ الى نقطة Γ اقساما مساوية لاقسام نصف محيط Γ وهـ واخذنا من نقطة Γ الى نقطة Γ اقساما متساوية على Γ وهـ ووصلنا بين نقط الاقسام ونقطة Γ بخطوط التواصل تكون اضلاع الجسم المعلوم على سطح الانبساط يعني ان تلك الخطوط تحدث الجسم المخروطي على سطح الانبساط ولاجل رسم الخط المنحني الذي هو تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم على سطح الانبساط ننظر ان بعدى Γ وهـ يفصلان كما كانا على سطح الانبساط وتأخذ بعد Γ مساويا لنقط Γ وتأخذ ايضا خطا Γ وهـ مساويين لنقط Γ وهـ فنقط Γ وهـ الثلاث تكون من نقط التغير المطلوب للخط المنحني الذي هو خط تقاطع السطح القاطع بالجسم واذا اردنا وجود النقطة التي مسقطاها Γ وهـ ننظر ان هذه النقطة يلزم ان تكون موضوعة بالنسبة لنقطة Γ وهـ بعيد مساو للبعد الصحيح الواصل بين رأس المخروط وهذه النقطة وحيث ان هذا البعد مساو لنقط Γ وهـ فاذا اخذنا هذا البعد ووضعناه من نقطة Γ الى نقطة Γ فنقطة Γ تكون النقطة التي مسقطاها Γ وهـ هذه النقطة تقع على جميع نقط الخط المنحني الذي هو تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم على سطح الانبساط

الخط المنحني الذي هو تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم على سطح الانبساط

النقطة التي مسقطاها Γ وهـ

والجسم المذكور

النقطة التي مسقطاها Γ وهـ

وترى ان الثلاث القائمة الزاوية الذي خط Γ وهـ ضلع من ضلعيه والضلع الاخر هو الخط الذي مسقطاه Γ وهـ فقدر الخط المماس المطلوب هو Γ وهـ وحيث ان مقادير الخطوط تفضل كما هي حين تنقل على سطح الانبساط

يفهم من ذلك انه اذا مددنا خطا مماسا لمحيط ض ش ع في نقطة س
واخذنا على هذا الخط المماس بعد ح ع = ع د ووصلنا بين تقاطع
ح و ض ونقط ح ع ض يكون الخط المماس المطلوب على سطح الانيسار
المماس لخط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المذكور

الرسم الوصفي الجاوي عشر المسئلة التاسعة

اذا اريد وجود خط تقاطع جسم متحرك معلوم بـ سطح معلوم ايضا وامتداد
خط مماس لخط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم
نقرض ان الجسم المعلوم قطع ناقص مجسم ونقدر ايضا ان السطح الافقي عمود
على محور الجسم المعلوم والسطح المعلوم عمود على السطح الرأسى فالمسقط
الافقي للجسم هو دائرة مركزها ه ومسقطه الرأسى قطع ناقص ا ب ث الناقص
ومسقطا محور الجسم هما ه و ا ب ث و اثر السطح القاطع ف د
و ف ث و حيث ان السطح القاطع عمود على السطح الرأسى فالمسقط الرأسى
لجميع نقط خط التقاطع المطلوب يلزم ان توجد على الاثر الرأسى للسطح القاطع
المعلوم وايضا قطع ا ب ث الناقص هو المسقط الرأسى للجسم المتحرك
ويحدد المسقط الرأسى للخط المطلوب ويفهم من ذلك ان خط و د
هو المسقط الرأسى للخط المطلوب ولاجل وجود المسقط الافقي لهذا الخط نجعل
سطحا افقيا من النقطة الفراغية التي مسقطها ه و د فهذا السطح
يقطع القطع الناقص المجسم في دائرة ا ب ه خط ك ر مسقط رأسى
ومسقطها الافقي دائرة مرسومة من نقطة ه ك مركزها د و يبعد خط ل ك
كنصف قطر فـ طح هذه الدائرة يقطع السطح القاطع المعلوم في خط مستقيم
افقي عمودا على السطح الرأسى ومسقطه الرأسى نقطة ا و خط م ن
مسقط افقي له فالتقطتان المشتركتان بين الخط المذكور والدائرة التي مسقطها
الرأسى خط ل ك هما نقطتان من نقط خط التقاطع المطلوب ونقطتان

م ر ق مسقطان اقصيان لهما و ا مسقط رأسي مشترك بينهما وبعد ذلك
 يسهل علينا وجود مساقط جميع نقاط الخط المنحني المطلوب ويدرك ايضا هذا الخط
 الدائريتان اللتان هما عمودان على محور الجسم المتحرك ومسقطاهما
 الرأسيتان هما ح ح' و و' ومسقطاهما الاقصيان دائرتان مرسومتان
 من نقطة ه مركز مشترك وينصف قطر ت ح و ق' ت' يحددان
 المسقط الافقي للخط المنحني المطلوب بعد تقابل هاتين الدائرتين بالعمودين
 النازلين من نقطتي و ح على خط الارض والمسقط الافقي لهذا الخط
 المنحني يصير م ه ت ر' س' ويعتبر هذا الخط المنحني كانه حاصل من تقابل
 الخطوط الجانبية لامتدة كل ما كانت بالسطح القاطع ولاجل اثبات ذلك فنجعل
 ه ش الاثر الافقي لسطح جانبي كل ما كان نخط تقاطع هذا السطح بالسطح
 القاطع المعلوم يصير خطا مستقيما ونقطتا تقابل هذا الخط بالخط الجانبي
 يصيران من نقاط الخط المنحني المطلوب ولاجل وجود المسقطين الاقصيين لهما تين
 النقطتين ندور السطح القاطع الجانبي حول محور الجسم حتى يصير موازيا
 للسطح الرأسي ففي هذا التحرك نقطة ش التي هي نقطة تقابل خط تقاطع
 السطحين المذكورين بالسطح الافقي تقع على نقطة غ فاذا انزلنا خط ف غ
 عمودا على خط الارض فنقطه ف التي هي موقع هذا العمود تصير من اقطار
 المسقط الرأسي لخط تقاطع السطحين المذكورين حين يصير السطح القاطع
 الجانبي موازيا للسطح الرأسي وحيث ان المسقط الرأسي المذكور يمر بنقطه ت
 فاذا وصلنا بين نقطتي ت و ف بخط ف ت ف فقطتا ح و ر'
 يصير لقطعتي تقابل خط تقاطع السطحين المذكورين
 بالخط الجانبي موازيا للسطح الرأسي لان الخط القاطع الجانبي
 في هذه الموضع موازيا للسطح الرأسي له فالنقطتان المذكورتان
 القويتان بعاديهما عن المحور هما ت ح و ر' ض واذا اعدنا القاطع
 الجانبي الى موضعه الاول فالنقطتان المذكورتان يرسمان قوسي دائرتهم موازيين
 للسطح الرأسي والدائرتان المرسومتان من نقطة ه مركز و يبعدي

صه ث و ر ض كنصفي قطر مسقطان افقيان لارترتين اللتين
 جزاؤهما مركبة من هذين القوسين ويفهم من ذلك ان المستطين الاقبيين
 للنقطتين اللتين على الجسم المعلوم يلزم ان يكونا على هاتين الدائرتين وعلى
 خط ه ع فاذا اخذنا على هذا الخط مقدارى ه ا و ه س مساويين
 لخطى و ت و ر ض فالمسقطان للاقبيان يوجدان على الخط المنحنى
 المعادى بالطريقة الاولى واذا وجدنا المستطين الاقبيين لهذين الخطين
 اللذين على خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم نجد المستطين الرأسين
 لهاتين النقطتين بالسهولة ويلزم ان يوجد على خط و ع وبعد ذلك ننظر ان
 قوس ع غ اذا امتد بقطع خط ف ش في نقطة غ ويفهم من ذلك انه
 اذا فرضنا ان السطح القاطع الجانبي اثره الافقى خط ه ع ووضعنا هذا
 السطح كما سرحنا السطح القاطع الجانبي الاول نجد انه اذا اخذنا على خط
 ه غ مقدارى صه ث و ر ض من نقطة ه نجد المستطين الاقبيين
 للنقطتين الحادتين من نقط خط تقاطع السطح المعلوم بالجسم المعلوم ويرسم
 خط التقاطع على سطحه كما عرفناه في رسمى ٩ و ١٠ الوصفين
 ولاجل امتداد خط مماس لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم في النقطة
 التى مسقطاها ا و د نجعل السطح القاطع الجانبي المار بهذه النقطة
 موازيا للسطح الرأسى فنقطة (ا د) يحدث لها في موضعها الان
 مسقطان اخران وهما ت و ر والخط المماس للخط المنحنى الجانبي في نقطة
 (ر ت) له مسقط رأسى خط مماس لخط ا ب ث و المنحنى في نقطة ر
 وحيث ان هذا الخط المماس يوجد في السطح القائم الذى اثره الافقى ه غ
 فهذا المماس يقابل السطح الافقى في نقطة و فانه نجدنا السطح القاطع
 الجانبي لموضعه الاول فالخط المماس الذى مددناه له يدور في وقت واحد مع
 الخط المنحنى الجانبي ونقطة و ترسم قوس دائرة و و ومن ذلك نقطة وتصبح
 نقطة تتابل الخط المماس للخط المنحنى الجانبي في نقطة (د ا) بالسطح الافقى
 والسطح المماس للقطع الناقص الجسم في نقطة (ا) اثره الافقى و ت

فإن خط المماس للخط المنحني الذي هو خط تقاطع السطح بالجسم المعلوم يوجد في السطح المماس وفي السطح القاطع المعلوم ويعلم من ذلك أن نقطة θ هي نقطة تقابل السطح المماس المذكور بالسطح الأفقي فإذا وصلنا بين نقطتي θ و θ خط $\theta\theta$ يصير المسقط الأفقي للخط المماس لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم في النقطة التي مسقطاها θ و θ ويفهم بالسهولة أن الخط المماس المذكور مسقطه الرأس θ ف θ وحينئذ يدرك هذا الخيال بالسهولة ولا جيل وجوده في النقطة المقروضة حين تنطبق سطح الخط المنحني على سطح من سطحي المسقط θ و θ نفعل لذلك كما فعلنا في رسمي الوصفين .

الرسم الوصفي الثاني عشر

المراد وجود خط تقاطع جسم اسطوانتي مائل وقاعدته تكون قطعاً ناقصاً بسطح عمود على محور هذا الجسم وإمتداد خط مماس لخط التقاطع المطلوب وانبساط الجسم المخروطي ورسم الخط المنحني المطلوب ورسم الخط المماس لهذا الخط على سطح الانبساط

فلاجل حل المسئلة الأولى فنجعل $\alpha\theta$ الخط المنحني الذي هو خط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح الأفقي وخطي θ و θ مسقطي الخط المستقيم الموازية له اضلاع الجسم وبعد ذلك نمد خطين مماسين لخط $\alpha\theta$ موازيين لخط θ فهذان الخطان المماسان يصيران حدى

اسطوانتي المعلوم وبعد ذلك نمد θ و θ

عمودين على خط لارض ونمد من نقطتي θ و θ

خط θ موازيين لخط α فهذان الخطان يصيران

خطي المسقط الرأس للجسم الاسطوانتي فإذا فرضنا أن الجسم يقطع بسطح

أفقي فخط تقاطعه بهذا السطح يصير خطاً منحنيًا مماساً لخط $\alpha\theta$

المنحني وخط θ ف θ مسقط أفقي له وخط θ مسقطه الرأس

وبعد ذلك فجعل خطي $و ت$ و $و ض$ اثرى السطح القاطع ونغرض
 بجملة من السطوح مارة باضلاع الجسم وعمودا على السطح الافقي قالانار
 الافقية لتلك السطوح تصير $خ ط$ و $ط$ موازية لخطي $د ش$ و $د ه$
 وكل منهما يقطع السطح المعلوم بخط $م س$ مستقيم فسقط تقاطع هذه الخطوط
 باضلاع الجسم المعلوم التي تشتمل عليها السطوح المذكورة تحدث الخط
 المنحنى الذي هو تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم وبعد ذلك فجعل خط
 $ا و$ الاثر الافقي للسطح المشتمل على الضلعين من الجسم اللذين خط $ا و$
 مسقط افقي مشترك بينهما فخط تقاطع هذا السطح بالسطح القاطع المعلوم
 هو خط مستقيم مسقطه الافقي خط $ا و$ ويقطع السطح الافقي في نقطة $و$
 فاذا انزلنا خط $د و$ عمودا على خط الارض فنقطة $د$ التي هي موقع
 العمود تصير من نقط المسقط الرأسى لخط تقاطع السطحين المذكورين فلاجل
 معرفة المسقط الرأسى المطلوب يلزم معرفة نقطة ثانية من هذا المسقط ولذلك
 نفرض خطا افقيا في السطح القاطع المعلوم موازيا لخط $ص ث$ ومسقطه
 الافقي خط $ع غ$ وبعد ذلك ننظر ان نقطه $ع$ هي المسقط الافقي لنقطة
 من نقط خط تقاطع السطحين المذكورين فالخط الافقي الذي ذكر يقطع
 السطح الرأسى في نقطة $و$ واذا مددنا من هذه النقطة خط $و ك$ مستقيما
 موازيا لخط الارض فالخط الحادث هو المسقط الرأسى للخط الافقي المذكور واذا
 فرضنا من نقطة $ع$ خطا قائما فهذا الخط يقطع السطح القاطع المعلوم في نقطة
 مشتركة بين خط تقاطع السطحين المذكورين والخط الافقي الذي مسقطاه
 $ع غ$ و $و ك$ ويقع من ذلك انه اذا مددنا خط $ع ك$ عمودا على
 خط الارض فنقطة $ك$ تصير المسقط الرأسى لنقطة تقاطع الخط الافقي
 المذكور سابقا مع الخط القائم الممتد من نقطة $ع$ وتصير من نقط
 المسقط الرأسى لخط تقاطع السطحين المذكورين واذا وصلنا بين نقطتي
 $د و$ و $ك$ فخط $د ك$ يصير المسقط الرأسى لخط تقاطع السطح المعلوم
 بالجسم المذكور

ث و ث تنظران هذه النقطة على الجسم فن ذلك يفهم ان الخط المماس
 لخط تقاطع الجسم المعلوم بالسطح المعلوم في نقطة داخل السطح المماس
 للجسم في هذه النقطة فالسطح المماس للجسم في نقطة (ث و ث) اثره الافقي
 خط مماس لخط ا ب ث و المنحنى في نقطة ث التي هي نقطة تقابل
 ضلع الجسم المار بنقطة التماس بالخط المنحنى المذكور فاذا مددنا خط ث و ث
 المماس يصير الاثر الافقي للسطح المماس بالجسم المعلوم في نقطة
 (ث و ث) فالخط التماس يوجد في هذا السطح المماس وفي السطح القاطع
 المعلوم ويفهم من ذلك ان هذا الخط يقابل السطح الافقي في نقطة ث التي هي
 نقطة تقاطع الاثرين الاقبيين بالسطحين المذكورين واذا وصلنا بين نقطتي
 ث و ث بخطهما يصير المسقط الافقي للخط المماس المطلوب واذا وصلنا
 بين نقطتي ث و ث فهذا الخط يصير الخط المماس لخط التقاطع حين ينطبق
 سطحه على السطح الافقي ويسهل وجود المسقط الرأسى لذلك الخط المماس لان
 نقطة ث نقطة من نقط الخط المماس المطلوب وهي المسقط الرأسى لنقطة التماس

بيان حل انبساط الجسم

نجعل ان محور الانبساط هو الخط المنحنى الذى هو تقاطع الجسم المذكور
 بالسطح المعلوم كما في شكل (٢) ونجعل خط ا ب المستقيم مغيرا للخط المنحنى
 المذكور ونقسم الخط المعتدل اقساماً صغيرة جداً مساوية لبعضها ونعتبر
 كل قسم منها كانه خط مستقيم وناخذ تلك الاقسام على هذا الخط ونقيم
 عمودا عليه من كل نقطة من نقط التقسيم فهذه العواميد تصير على سطح
 الانبساط اضلاع الجسم المارة بنقط تقسيم خط تقاطع الجسم بالسطح الافقي
 وابعاد هذه الاضلاع هي التي بين خط تقاطع الجسم بالسطح الافقي وخط تقاطع
 السطح المعلوم بالجسم المذكور فاذا اخذنا هذه الابعاد على العواميد التي
 اقناها سابقا فالخط الهندسى المركب من اطراف تلك العواميد يكون
 الخط المنحنى المطلوب على سطح الانبساط

نفرض الان ان ضلع الجسم الذي ت م مسقط افقي له يأخذ موضع
ه ف على سطح الانبساط فاذا اردنا امتداد خط مماس لتغير قطع
ا س د الناقص في نقطة ه نأخذ على خط ا ب من نقطة في
بعد ف م مساويا لخط ت ا نقط ه م يصير الخط المماس المطلوب

الرسم الوصفي الثالث عشر

اذا اريد رسم خط تقاطع اسطوانتين على سطحى المسقط وامتداد خط مماس
لهذا الخط

فعلى العموم لوجود خط تقاطع جسمين معلومين نفرض جهة سطوح اوجه
اجسام تليق بسهولة وجوده فكل من هذه السطوح او الاجسام يقطع الجسمين
المعلومين في خطين منحنيين وهذه الخطوط المنحنية تتقاطع في جهة نقط فان الخط
المركب من جميع تلك النقط هو خط تقاطع الجسمين المعلومين ولا جل وجود
خط تقاطع اسطوانتين يلزم قطع هذين الجسمين بجملة سطوح موازية لاضلاع
الجسمين مع الان السطوح المذكورة في هذه الحالة تقطع الجسمين المعلومين
في اضلاعهما واذا كان المراد وجود خط تقاطع مخروطين يتطعان بسطوح مارة
برأسي هذين الجسمين واذا كان المقصود وجود خط تقاطع مخروط باسطوانة
يقطع هذان الجسمان بسطوح موازية لاضلاع الاسطوانة المعلومة ومارة برأس
المخروط المعلوم واذا كان الجسمان المعلومان تحركيين يقطع هذان الجسمان
بكراة مركزية ومركزها المشترك يكون نقطة تقاطع محوري الجسمين المعلومين
فكل ذلك الكراة تقطع كل جسم من الجسمين المعلومين في دائرة ونقط تقاطع
هذه الدوائر من تقاطع الخطوط المطلوب ويرسم بسهولة هذا الخط وحيث اننا
شرحنا طرق وجود خطوط تقاطع الاجسام المفهومة فلا يلزم رسمها كلها
لانه اذا شرحنا رسمها واحدا منها واثنين فهذا الشرح يكفي للاجسام الاخر
فابتدى بشرح رسم خط تقاطع اسطوانتين ببعضهما ولذلك نعتبر ان
كل نقطة من نقط الخط المجهول هي نقطة تقاطع ضلعين من الجسمين اللذين

يمران بهذه النقطة في كل من هذين الجسمين واضلاع الجسمين المعلومين
 مثنى مثنى في سطوح موازية لاضلاع الجسمين ولوجود الاثر الافقي لسطح من
 هذه السطوح الموازية تعد من النقطة التي مسقطها $ا و ب$ خطين
 موازيين لاضلاع الجسمين فهذان الخطان يقابلان السطح الافقي في نقطتي
 $ث و د$ فاذا وصلنا بين هاتين النقطتين بخط $ث د$ فهذا الخط يصير الاثر
 الافقي المطلوب واذا مددنا ذلك الاثر يقطع الدائرتين اللتين هما خط تقاطع
 الجسمين المعلومين بالسطح الافقي في نقطتي $ش و ه و و ف$ وهذه
 النقطة هي نقطتا تقابل الاضلاع المشتمل عليهما سطح $ث د$ بالسطح الافقي واذا
 بحثنا عن مساقط تلك الاضلاع نجد هاتين نقطتي التقابل للسطح المتأسي في اربع نقط
 وهذه النقط هي تقابل الاضلاع بسطحي المسقط من نقطة مسقط خط
 التقاطع المطلوب ويعلم من ذلك ان كل سطح مواز لاضلاع الجسمين يحدث اربع
 نقط من مسقط الخط المطلوب وحيث ان الاسطوانتين يتدخلان في بعضهما
 ويخرجان من بعضهما لم من ذلك انهما يحدثان خطا تحنيا لتقاطعهما
 في الدخول وخطا متخيفا لتقاطعهما في الخروج وتذكر بالسهولة آثار
 هذين الخطين

لاجل ان يشتمل سطح مواز لسطح $ث د$ على ضلعين من اضلاع الجسمين
 اللذين نقطتهما المشتركة بينهما من نقط خط من خطي التقاطع المتخيين يلزم
 ان يقطع السطح المذكور الجسمين المعلومين واثره الافقي يقطع الدائرتين اللتين
 مركزاهما نقطتا $ث و د$ ويضهم من ذلك انه اذا مددنا خطين مماسين للدائرتين
 الصغرى من الدائرتين المذكورتين موازيين لخط $ث د$ فه $ا و ب$
 المماسان يصيران حدي الاثر الافقي $ا ب$
 بضلعين ممتدين في الجسمين المعلومين لان السطح $ث د$ يتبع هذين
 الجسمين الموازية لسطح $ث د$ لا تقطع الاجسام واحدا
 اذا جعلت اربع نقط من نقط المسقط الرأسى لخط التقاطع المطلوب وهي تقاطع
 المساقط الافقية لضلعين من كل من الجسمين المعلومين يسهل وجود المساقط

الاقضية المطابقة للاربعة مساقط الرأسية المذكورة على المساقط الاقضية لتلك
الاضلاع ياتزال عواميد من النقط الرأسية فاذا تأملنا بعد ذلك تجد ان
الخطين المطلوبين خطان متخيلان مضعفان الاثنا ورسمهما على سطح
المسقط سهل لان كل سطح مواز لضعفين من اضلاع الجسمين المعلومين يحدث
اربع نقط من خط تقاطعهما المطلوب .

واذا اردنا لان امتداد خط مماس لخط من خطي التقاطع في نقطة من نقط هذا
الخط فيجعل ان مسقطي النقطة المعلومه هما $أ$ و $ب$ فيث ان هذه النقطة
مشتركة بين الجسمين المعلومين فالخط المماس في هذه النقطة يلزم ان يوجد
في السطحين المماسين للجسمين المذكورين المتخيلين على الضلعين المارين
بالنقطة المذكورة ولكن الضلعان المذكوران يقابلان السطح الاقضي في تقطعي
 $هـ$ و $و$ فاذا مددنا من هاتين النقطتين خطوطا مماسة للدائرتين اللتين
مر كراهما $ث$ و $د$ ننظر ان هذه الخطوط المماسية متوازية ويفهم من
ذلك ان السطحين المماسين المذكورين يتقاطعان في خطاقي مواز للخطوط
المماسية المذكورة والمسقط الاقضي لخط التقاطع المذكور مواز لهذه الخطوط
المماسية وحيث ان هذا الخط يمر بنقطة $أ$ فاذا مددنا من هذه النقطة خطا
موازيا للخطوط المماسية يكون هذا الخط المماس للمسقط الاقضي لخط تقاطع
السطحين المماسين ويكون الخط المماس المطلوب خطا قويا مسقطه الرأسية
يكون خطا موازيا لخط الارض ويلزم ان يمر بنقطة $ب$ فاذا مددنا من هذه
النقطة خطا موازيا لخط الارض فهذا الخط يصير المسقط الرأسية المطلوب
اذا . . .
يلزم ان . . .
النقطة هي نقطة تقابل مساقط السطح الاقضي ويفهم بالسهولة المسقط
الرأسية للخط المماس المطلوب والخط نفسه

الرسم الوصفى الرابع عشر

إذا اريد رسم خط تقاطع جسمين تحركيين متقاطعي المحور على سطحى المسقط

تنظر اولاً انا وجدنا فى المسئلة السابقة نقط خط تقاطع الجسمين بعد نقطة $س$ ابل
اضلاع الجسمين مشفى مشفى فى سطح واحد ولكن نأخذ نقطة تقاطع محورى
الجسمين كمركز لجهة كراهة فى المسئلة المراد حلها كما عرفنا سابقاً فاذا رسمنا هذه
الكراهة فكل منها يقطع الجسمين المعلومين فى دائرة عمود على محورى الجسمين
وبجميع هذه الدوائر تقاطع فنقط تقاطع تلك الدوائر تصير من نقط خط التقاطع
المخفى المطلوب ولاجل رسم ما ذكرناه على سطحى المسقط نفرض ان السطح
الافقى عمود على محور من محورى الجسمين ونفرض ايضاً ان السطح الرأسى
مواز للمحورين المذكورين وبعد ذلك نجعل نقطة $ك$ ونخط $و$
مسقطى محور من المحورين وخطى $ك$ و $و$ مسقطى المحور الثانى
ونجعل ايضاً المسقط الافقى للجسم الاول الدائرة التى مركزها نقطة $ك$ وبعد
ذلك اذا فرضنا سطحاً ماراً بمحورى الجسمين فهذا السطح يقطع هذين الجسمين
فى خطين جانبيين ومسقطاهما الرأسىان يصيران خطى $ا م ث د$
و $س ه غ ز$ الخ المنحنيين وهذان الخطان يصيران حدى المسقطين الرأسيين
للجسمين المعلومين واذا فرضنا كراهة من نقطة $(ك و)$ التى هى نقطة تقاطع
محورى الجسمين ونصف قطرها يكون خط $وم$ فهذه الكراهة تقطع
الجسمين فى دائرتين خطا $خ م$ و $م س$ مسقطان رأسيان لهما فنقطة
 $م$ المشتركة بين هذين المسقطين من نقط المسقط الرأسى لخط التقاطع
المطلوب وحيث ان النقطة الفراغية التى مسقطها الرأسى نقطة $م$ توجد
على الخط المعتدل للجسم الاول الذى مسقطه الرأسى خط $م ح$ مسقطها
الافقى يلزم ان يوجد على المسقط الافقى للخط المعتدل المذكور اعنى على
الدائرة المرسومة من نقطة $ك$ كمركز و بنصف قطر $م ح$ فاذا رسمنا
هذه الدائرة وانزلنا عموداً $م ص$ على خط الارض فنقطة $ص$
تصير المسقط الافقى لنقطة فراغية من نقط خط التقاطع المطلوب الى

مسقطها الرأسى نقطة م فاذا جعلنا الان نقطة و مركزا و بنصف
 قطر او ترسم كرة اخرى فالخطان المعتدلان الحادثان من هذه الكرة
 يتقاطعان بالجسمين المعلومين في نقطتين مسقطهما الرأسى المشترك نقطة هـ
 وموضوعين على الخط المعتدل في الجسم الاول الذى مسقطه الرأسى خط ا ب
 ويفهم من ذلك ان المسقطين الاقبيين للنقطتين المذكورتين يلزم ان يكونا على
 الدائرة المرسومة من نقطة ك مركز و بنصف قطر ا ح فاذا
 رسمنا هذه الدائرة وانزلنا من نقطة هـ عمودا على خط الارض فنقطتا
 تقاطع هذا العمود بهذه الدائرة هما المسقطان الاقبيان للنقطتين المذكورتين
 اللتين من نقط $\text{خط التقاطع المطلوب ومسقطهما الرأسى المشترك بينهما نقطة}$
 هـ وبهذه الطريقة يمكن وجود جله نقطة مسقطية رأسية من نقط مسقطى خط
 التقاطع المطلوب والان نبحث على امتداد خط م با من خط التقاطع الذى
 وجد ولاجل ذلك ننظر اولانا ان الخط المماس المطلوب هو خط تقاطع السطحين
 المماسين للجسمين المعلومين فى النقطة المشتركة بين هذين الجسمين فاذا علمنا
 الاثرين الاقبيين للسطحين المماسين نعلم ان نقطة تقاطعهما تصير نقطة تقابل
 ان خط المماس المطلوب بالسطح الافقى ويسهل علينا بعد ذلك وجود مسقطى
 ان خط المماس المطلوب ولاجل ذلك نجعل نقطى آ و ب مسقطى النقطة
 المشتركة المتقدمة فالسطح المماس للجسم الاول فى النقطة المذكورة يوجد
 كما فى الرسم الثامن الوصفى واثره الافقى يصير خط ش هـ عمودا على
 خط ك ب فالنقطتان الموجودتان على الجسمين المعلومين اللتان مسقطاهما
 نقطى آ و ب ان خط معتدل واحد وان خط المماس للخط المعتدل المار
 بالنقطة ب المذكورتين يقطع المحور فى نقطة مسقطها
 الرأسى نقطة ب من ذلك ان خط ا ب هو المسقط الرأسى للخط
 المماس المطلوب فى النقطة المفروضة (راجع الرسم الوصفى ٨) والخط
 العمودى على خط تقاطع الجسمين فى النقطة المفروضة الذى مسقطه الرأسى
 خط ب ج يقطع محور الجسم فى نقطة مسقطها الرأسى نقطة ب وهذه

النقطة نقطة تقاطع جميع الخطوط العمودية المارة بالنقطة من الجسم
 الموضوع على الخط المعتدل الذي خط ع غ مسقطه الرأسى فالنقطة
 المذكورة مسقطها الافقى نقطة ت و الخط العمودى فى نقطة (أ و ب)
 التى هى على الجسم الثانى يصير مسقطاه خطى أ ت و ب ت
 ذكرنا سابقا ان نقطة (ت ت) هى نقطة تقاطع جميع الخطوط العمودية
 على تقط الجسم الموضوع على الخط المعتدل الذى مسقطه الرأسى خط ع غ
 ولا يوضح ذلك فجعل خطين جانبيين مارين بنقطتين من نقط خط معتدل واحد
 فينظر بالسهولة ان هاتين النقطتين لهما افقى مشترك وتقام عمودين مشتركين
 (راجع تطبيق الجبر بالهندسة) وحيث ان المحور الاعظم من هذين الخطين
 هو محور الجسم عينه يفهم من ذلك ان الخطين العمودين فى النقطة المذكورة
 يتقاطعان فى نقطة واحدة من نقط المحور المذكور
 يمكن ان يجعل المثلث الذى مسقطه الرأسى ع ح ت يدور حول محور الجسم
 فى هذا التحرك الخط المماس الذى مسقطه الرأسى خط ع ح يصير مماسا
 لجميع الخطوط الجانبية المارة من نقط خط ع غ المعتدل فى كل من المواضع
 التى يوجد فيها الخط المماس المذكور فى تساقطه فان الخط الذى مسقطه الرأسى
 خط ع ت يفضل دائما عمودا على الخط المماس ويعلم من ذلك ان النقطة التى
 مسقطاه ت و ت هى النقطة المطلوبة
 حيث اننا نعلم الان المسقط الافقى للخط العمودى فى نقطة (ع أ ت) التى على
 الجسم الثانى نعلم ان السطح المماس لهذا الجسم فى نقطة (ت ت) عمود على
 هذا الخط ويفهم من ذلك انه لا جلى وجود الاثر الافقى للسطح المماس المذكور
 يكفى ان تعلم نقطة من نقط هذا الاثر ولذلك نفرض من ~~نقط~~ (أ ت) فى السطح
 المماس الجهول خطا مستقيما موازيا للاثر الرأسى لهذا السطح فالمسقط
 الرأسى لهذا الخط المقروض يصير موازيا للاثر الرأسى الذى للسطح المماس
 ويصير ايضا عمودا على المسقط الرأسى للخط العمودى المذكور فاذا
 انزلنا من نقطة أ عمودا على خط ت أ فهذا العمود يصير المسقط

الرأسى للخط الموازى المقروض والمسقط الافقى لهذا الخط خط مواز لخط
 الارض ممتد من نقطة α واذا بحثنا عن نقطة تقابل هذا الخط بالسطح
 الافقى نجد لها من نقط الاثر الافقى للسطح المماس فى النقطة
 التى مسقطاها نقطتا α و β التى هى على الجسم الثانى واذا انزلنا من هذه
 النقطة خطا عمودا على خط $\alpha\beta$ فهذه العمود يصير الاثر الافقى
 للسطح المماس المذكور والاثران الاقبيان للسطحين المماسين للجسمين
 المعلومين يتقاطعان على السطح الافقى فى نقطة γ وهذه النقطة نقطة
 تقابل الخط المماس لخط تقاطع الجسمين بالسطح الافقى فاذا وصلنا بين
 γ و α وبين γ و β فان الخطان الحاديان يصيران مسقطى الخط
 المماس المطلوب

دعوى علمية هندسية يمكن حلها بطرق الهندسة الوصفية

الدعوى الاولى

طريقة مرور كرة من اربع نقط فراغية معلومة

ننظر اولا كيف تصير المسئلة اذ لم يعلم الانقطتان او ثلاث نقط في الفراغ
فاذا علمت نقطتان فقط ينظر بالسهولة ان المسئلة لا يمكن حلها لانه اذا واصلنا
بين هاتين النقطتين بخط مستقيم وفرضنا من نقطة تصيف هذا الخط سطحاً
عموداً على هذا الخط يعلم بالبداية ان جميع نقط هذا السطح متساوية الابعاد
من النقطتين المعلومتين ويفهم من ذلك انه يمر بكرة من هاتين النقطتين
لا كرة واحدة ولا جل اثبات ذلك يجعل a و b النقطتين المعلومتين (شكل ١)
و c x السطح العمود على خط a - b المار بنقطة o التي هي نقطة
تصيف خط a - b المستقيم الواصل بين نقطتي a و b ونفرض في سطح
 c x نقطة m كل ما كانت ونصل بين نقطتي m و a ونقطتي
 m و b فنلنا m a و m b و الحادثان يكونان متساويين
لان خط m و o ضلع مشترك بين هذين المثلثين وضلع a و b مساو وضلع
و o كما ذكر سابقا وبعد ذلك خط m a يصير مساويا لخط m b
ويثبت ايضا ان جميع النقط المأخوذة على السطح العمودي متساوية
الابعاد من النقطتين المعلومتين

يلزم الان ان تثبت ان النتيجة التي ذكرت مختصة بنقط السطح العمودي فقط
نعم ان نفرض نقطة h من خارج السطح العمودي المذكور ونصل
بها m و a ونقطتي m و b ونخط h a يقطع السطح المذكور
في نقطة m كل ما كانت ولكن في مثلث m h a يوجد h -
 m a h b m فاذا وضعنا عوضا عن خط m - a خط m a
المساوي له فالحالة السابقة تصير h - m a h b m a h -
 h a وهذا هو الاثبات المطلوب فالان اذا علمت ثلاث نقط فراغية

ننظر ان هذه النقطة على سطح مستو واحد دائما وبعد ذلك نجعل
 ا و ب و ث الثلاث نقط معلومة (شكل ٢) فالكرة التي تمر بنقطتي
 ا و ب لها مركز يوجد على السطح العمود على الخط الواصل بين
 ا و ب المار بنقطة و المنصفة لهذا الخط وكذلك الكرة المارة بنقطتي
 ب و ث لها مركز يوجد على السطح العمود على الخط الواصل بين
 نقطتي ب و ث المار بنقطة و المنصفة لهذا الخط فمركز الكرة المطلوبة
 يلزم ان يوجد على كل من السطحين العمودين المذكورين ويفهم من ذلك ان
 هذا المركز نقطة من نقط خط تقاطع هذين السطحين حيث ان جميع نقط خط
 التقاطع المذكور متساوية الابعاد من الثلاث نقط المعلومة ومن ذلك
 يفهم بالسهولة ان عدد الكرات التي تمر بالثلاث نقط المعلومة لانهاية له
 السطحان العمودان الماران بنقطتي و و ه اللتين هما نقطتا تصريف
 خطي ا ب و ب ث يتقاطعان دائما حين تكون الثلاث نقط المعلومة
 ليست على خط واحد مستقيم
 فاذا وجد الان اربع نقط كك نقط ا ب ب ث ه ولكن ليست على
 سطح مستو واحد نفعل اولا بالثلاث نقط الاولى اعني ا ب ب ث
 كما فعلنا بالثلاث نقط السابقة فيوجد خط تقاطع السطحين العمودين الذي
 نقطه كلها متساوية الابعاد من الثلاث نقط المذكورة واذا وصلنا بعد ذلك
 بين نقطة ه ونقطة من نقط ا ب ب ث الثلاث مثلا بين هذه النقطة
 ونقطة ا ومددنا سطح عمودا على خط ه ا في نقطة تصريف هذا الخط
 فجميع نقط هذا السطح تصير متساوية الابعاد من نقطتي ا و و ويفهم
 من ذلك ان نقطة تقابل خط تقاطع السطحين الاولين بالسطح الثالث ه ب ب ث
 الكرة المطلوبة فالرسم الوصفى لهذه المسئلة سهل تنبيه فقط على انه يلزم بعد و جرد
 مركز الكرة المطلوبة على سطح المسئلة ان تكون الابعاد التي بينه وبين
 الاربع نقط المعلومة متساوية

الدعوى الثانية

طريقة وجود ثلاثة اشياء من الستة المركب منها اهرام مثلثي بعد ادراك
الثلاثة الاخر

وليعلم قبل حل هذه الدعوى ان الفراغ الواقع بين سطحين من السطوح المركب
منها الهرام المعلوم يسمى زاوية مجسمة والفراغ الواقع بين اضلاع الهرام مثلثي
مثلثي يسمى زاوية مستوية فالزاوية الواقعة بين سطحين مستويين من سطوح
الجسم المعلوم مساوية للزاوية الواقعة بين عمودين منزلين على هذين السطحين
من نقطة مفروضة من خارج هذين السطحين وليست في الزاوية المذكورة لانها
لو كانت في الزاوية المذكورة لكانت الزاوية الواقعة بين العمودين المذكورين
زاوية السطحين المطلوبة ولاجل اثبات ذلك فنجعل $م د$ و $ح غ$
السطحين المعلومين ونقطة $ا$ النقطة التي هي خارجة عن هذين السطحين
فاذا انزلنا من نقطة $ا$ عمودى $ا ب$ و $ا ج$ على سطحي $م د$ و $ح غ$
وجعلنا سطحاً ما را من هذين العمودين فهذا السطح يقطع السطحين
المذكورين في خطى $ث د$ و $ث هـ$ وينظر بالسهولة ان هذين الخطين عمودان
على خط $م ح$ الذى هو خط تقاطع السطحين المذكورين ويتقاطعان
في نقطة واحدة على هذا الخط وينظر ايضا ان زاوية $ث د هـ$ هي مقدار
الزاوية الحادثة بين السطحين المذكورين

فمثلثا $ا ب ث$ و $ا ج هـ$ متشابهان لان زاويتي $ب$ و $ج$
زاوية $ث$ مساوية لزاوية $هـ$ لكون كل منهما قائمة ومن
ذلك $ب د = ج هـ$ او الزاوية الواقعة بين السطحين المذكورين مساوية

فاذا فرضنا الان ان نقطة $ا$ (شكل ٤) في الزاوية الحاصلة بين
السطحين المذكورين وانزلنا من هذه النقطة عمودى $ا ب$ و $ا ج$ على كل
من هذين السطحين فهذا العمودان يحددان سطحاً مستوياً وهذا السطح

يقطع السطحين المذكورين في خطي ث ر و ث د و حيث ان زاويتي
ر و د قائمتان فمجموع زاويتي ا و ث يصير مساويا لزاويتي قائمتين
وبفهم من ذلك ان الزاوية الواقعة بين العمودين المذكورين في هذه الحالة هي
تمام الزاوية الحاصلة بين السطحين المعلومين

اذا اخذت نقطة و من داخل اهرام مثلثي وانزل من هذه النقطة عمدا
و ف و د و ه على سطوح ا س ه و ا س ر و ر س ه
الثلاثة وفرضت سطوح مارة من هذه العواميد مثلثي مثلثي و سطح ما يرتبط
ق و د و ه الثلاث فهذه السطوح تحدث اهراما مثلثيا وهو
و د ف ه وهذا الاهرام يسمى اهراما متمما للاهرام الاول ويسمى بذلك لان
الزوايا المستوية في هذا الجسم متممة لزوايا الاهرام الاول المستوية وبالعكس
لانه اذا اخذنا نقطة ومن داخل الزاوية الواقعة بين سطحي ا س ه و ا س ر
فزاوية و و د ف هي المتممة للزاوية الواقعة بين السطحين المذكورين
ويثبت كما ذكر ان زوايا الاهرام الثاني المستوية متممة للزوايا المستوية التي
في الاهرام الاول وهذا هو المطلوب

الستة اشياء المركب منها اهرام مثلثي وهي الثلاث زوايا الاول والثلاث زوايا
المستوية اذا تركبت وتوقفت مع بعضها ثلاثا ثلاثا تفيد عشرين وجها
لتركيب ولكن تلك الواجهة ليس لها الاست حالات مختلفة

الحالة الاولى الثلاث زوايا المجسمة فقط الحالة الثانية سطحان والزاوية الواقعة
بينهما الحالة الثالثة سطحان والزاوية المقابلة لاحدهما الحالة الرابعة
الثلاث زوايا المستوية فقط الحالة الخامسة زاويتان والسطح الحاصل بينهما
الحالة السادسة زاويتان والسطح المقابل لاحدهما فما ذكرناه للاهرام المتمم
تنظر بالسهولة ان الثلاث حالات الاخيرة تؤول الى الثلاثة الاول لانه اذا فرضنا
انه يعلم ثلاث زوايا من اهرام فتلك الزوايا تعتبر كأنها ثلاثة سطوح من الاهرام
المتمم للاهرام المعلوم فاذا وجدنا الثلاثة اشياء الباقية للاهرام المتمم بطريقة
حل الحالة الاولى وفرضنا انه معلوم واخذنا متمم اجزاء هذا الاهرام المتمم

فالأجزاء الحادثة هي التي تركيب الأهرام الأول ويفهم من ذلك أنه يكفي أن نبحث
عن حل الثلاث حالات الأول

حل الحالة الأولى

طريقة وجود الثلاث زوايا المركبة منها أهرام مثلثي بعد إدراك سطوحه
الثلاثة هي أن نجعل $ا-س-ه$ و $ا-س-ث$ و $ث-س-ه$ (شكل ٦)
الثلاثة سطوح المعلومة ونفرض أن سطحي $ا-ه-ه$ و $ا-س-ه$
يتطبقان على سطح $ا-س-ه$ فإذا اخذنا من نقطة $ف$ بعدى
 $س-ه$ و $س-ه$ متساويين نعتبر نقطتي $ف$ و $ه$ كأنهما حادثتان
من نقطة واحدة من نقط الضلع الثالث بعد التحرك الذي فرض لأن كلا من
نقط هذا الضلع في هذا التحرك لا يتغير بعدهما من نقطة $س$ وبعد ذلك إذا انزلنا
من نقطتي $ه$ و $ف$ عمودى $ه-و-ف$ وعلى خطى $ا-س-ه$ و $ث-س-ه$
فهذان العمودان يعتبران كأنهما المسقطان على سطح $ا-س-ه$ للقوسين
من الدائرتين المرسومتين من تحرك النقطة الحادثة من نقطتي $ه$ و $ف$
وإذا فرضنا الآن أن خط $ه-و$ يعود إلى موضعه الأول فهذا الخط يفضل
دائما عمودا على خط $س-ه$ والزاوية الواقعة بين خطي $ه-و$ و $ا-س-ه$
تصير الزاوية الحاصلة بين سطحي $ا-س-ه$ و $ث-س-ه$ ولاجل رسم هذه
الزاوية ندور سطحها حول خط $ا-و$ حتى يصير سطحها واحدا مع سطح
 $ا-س-ه$ والنقطة التي من الضلع الثالث يلزم وجودها بعد التحرك على
نقطة $و$ على خط $ا-و$ وماعداها يوجد على قوس دائرة
تتم من نقطة $ه$ كمرکز و ينصف قطر $ه-و$ فإذا فعلنا ما ذكرناه
من سننايين نقطتي $ش-ه$ و $ف-ه$ فزاوية $ش-ه-ف$ تصير الزاوية المطلوبة
ويفعل أيضا كذلك بسطحي الزاوية الحاصلة بين سطحي $ا-س-ه$ و
 $ا-س-ه$ ولو وجود الزاوية الثالثة أي الحادثة بين سطحي $ا-س-ه$
و $ث-س-ه$ نفرض سطحها عمودا على الضلع الثالث من نقطة من نقط هذا

الضلع المشار اليه بعد التحرك بنقطتي ف و هـ فالسطح المذكور يقطع
سطحي ا س هـ و ث س هـ في خطين عمودين على الضلع الثالث
المذكور وهذان العمودان يحدثان بينهما زاوية سطحي ا س هـ و ث س هـ
ولكن الخطان العمودان المذكوران يفضلان دائماً في موضعهما مده التحرك
فيفهم من ذلك انه لا جلي وجودهما يكفي ان يقام من نقطتي هـ وف عمودا
هـ م و ف هـ على خطي س هـ و س هـ ويعلم بذلك ان خط م هـ
اثر السطح العمود على الضلع الثالث الذي هو على سطح ا س هـ و ث وان
تقاطع السطح العمود المذكور بالا هرام المذكور مثلث اضلاعه خطوط
م هـ و م هـ و هـ و ف هـ والزاوية المقابلة لخط م هـ في هذا المثلث هي
الزاوية المطلوبة فاذا رسم هذا المثلث تعلم الزاوية لثلاثة الالهرام المعلوم

الحالة الثانية

اذا اريد وجود الثلاثة اشياء المجهولة من اهرام مثلثي بعد ادراك سطحين
والزاوية الواقعة بينهما

فلاجل ذلك نجعل ا س هـ و ث س هـ (شكل ٧) السطحين
المعلومين و هـ الزاوية المعلومه وبعد ذلك نفرض ان سطح ث س هـ
يدور حول خط س هـ حتى ينطبق على سطح ا س هـ و نأخذ على
خط ث س هـ نقطة هـ كل ما كانت ونفرضها مشيرة لنقطة من الضلع
الثالث بعد التحرك فاذا انزلنا من نقطة هـ عمود هـ هـ على خط
س هـ وعاد بعد ذلك سطح ث س هـ لموضعه الحقيقي نقطاً ف هـ
و هـ يحدثان بينهما زاوية مساوية زاوية هـ هـ والآن اذا ورثنا
هذه الزاوية حول خط هـ الى ان يصير سطحاً واحداً مع سطح ا س هـ
ففي هذا التحرك خط هـ هـ يتغير بخط هـ س الذي تحدث بينه وبين خط
هـ هـ زاوية هـ هـ و مساوية لزاوية هـ هـ فاذا اخذنا خط هـ هـ
مساوياً لخط هـ هـ وانزلنا عمود هـ هـ على خط هـ هـ فنقطة

و تصير المسقط على سطح $اسه$ ث للنقطة التي هي من تقط الضلع الثالث
 المنبه عليه بحرف $ه$ واذا انزلنا من نقطة $و$ عمودا على خط $سه$ $ا$
 ورسمنا قوس دائرة من نقطة $سه$ كمركز $و$ بنصف قطر $سه$ $ه$ فهذا
 القوس يقطع خط $وت$ في نقطة $ف$ فاذا وصلنا بين نقطتي $سه$ و $ف$
 فسطح $ف سه$ $ا$ يصير السطح الثالث المصنوب وبعد ذلك يسهل علينا
 ايجاد السطحين الباقيين

الحالة الثالثة

اذا فرضنا ان السطحين معلومان وكذلك الزاوية المقابلة لاحدهما والمراد ايجاد
 الثلاثة اشياء الباقية لتركيب هرام مثلثي
 نجعل (شكل ٨) $اسه$ ث و $ث سه$ $د$ السطحين المعلومين
 الزاوية المقابلة لسطح $ث سه$ $د$ وبعد ذلك ندور سطح $ث سه$ $د$
 $ث سه$ حين يصير سطحا واحدا مع سطح $اسه$ ث ونجعل لاجل الاستمرار
 سطح $اسه$ ث سطحا افقيا فاذا انزلنا من نقطة كل ما كانت من نقط خط
 $سه$ $د$ المستقيم عمود $ه$ $د$ على خط $سه$ $ث$ وجعلنا من خط $ه$ $د$ $ا$
 سطحا قائما فهذا السطح يقطع الهرام المجهول في المثلث الذي ضلعا خطا
 $ا د$ و $ه$ $د$ والاضاع الثالث خط تقاطع السطح المذكور بالسطح الثالث
 المعلوم واذا دورنا الان السطح القائم المذكور حول خط $ا ه$ الى ان يصير
 سطحا واحدا مع سطح $اسه$ ث فالنقطة التي هي من تقط الضلع الثالث
 المنبه عليه بنقطة $ه$ يلزم ان توجد على الدائرة المرسومة من نقطة
 $ه$ و بنصف قطر $ه$ $د$ وان توجد ايضا على الضلع الثالث للمثلث
 ولـ لاجل ايجاد هذا الضلع بعد التحريك الثاني فنظرا انه يلزم ان يمر بنقطة
 $د$ $ا$ ننزل من نقطة $د$ عمود $د$ $ف$ على خط $سه$ $ا$ ومن هذا
 العمود نجعل سطحا قائما فاثـر هذا السطح الذي على السطح الثالث
 المذكور سابقا وخط $ف د$ يحددان زاوية مساوية لزاوية $ك$ ونقطة

تقاطع الخط المذكور مع الخط القائم من نقطة δ تصير من نقط خط تقاطع
السطح القائم بالسطح الثالث للهرا

ولايجاد مقدار الخط القائم المذكور نفرض ان السطح القائم المار بنقط
ف δ يدور حول هذا الخط حتى ينطبق على سطح α δ وننشئ
في نقطة ف زاوية ω δ مساوية لزاوية κ وتنزل من نقطة
 δ عمود δ ω على خط ف δ فننظر مع السهولة ان خط δ ω هو
المقدار والمطلوب للخط القائم المذكور فاذا دورنا الان السطح القائم الاول
حول خط α δ حتى يصير سطح α δ مع سطح α δ فان خط القائم
المذكور ينطبق على خط δ ω المستقيم ونقطة ω تقع على نقطة δ
ويكون خط δ ω مساويا لخط δ ω واذا وصلنا بين نقطتي α
 δ بنقط α δ يصير مقدار سطح المثلث المطلوب واذا رسمنا الان قوس
دائرة من نقطة δ مركزه ω ونصف قطره δ ω فهذا القوس يقطع خط α δ
في نقطتي م ω ومن ذلك يفهم ان للدعوى التي تبحث في حلها حلين
حقيقيين واذا فرضنا ان السطح الثالث الذي ذكر يدور حول خط α δ
حتى يصير سطح α δ مع سطح α δ فنقطتا م ω δ يلزم ان
تكونا بعد التحرك على قوسي دائرتين مركزهما ω من نقطة المركز ω بنصفي
قطر α م ω δ وان توجد ايضا يبعدين من نقطة δ مساويين لخط
 δ ω فاذا رسمنا قوس دائرة من نقطة δ مركزه ω ونصف قطره مساو
لخط δ ω فهذا القوس يقطع الدائرتين المذكورتين سابقا في نقطتي
 δ ω واذا وصلنا بين نقطتي δ ω وبين نقطتي δ ω δ
فزاويتا δ ω δ ω δ يصيران السطحين الثلاثيين المحدثين مع
الاشياء المعلومة زاوية مجسمة مثلثية ويفهم من ذلك ان عدد حل هذه
الدعوى يعلم من عدد نقط تقاطع خط δ ω المستقيم بقوس الدائرة المرسومة
من نقطة δ مركزه ω δ كنصف قطره حيث ان الخط لا يمكنه
مقابلته القوس الا في نقطتين يعلم من ذلك ان الدعوى المذكورة يمكن حلها

بطريقة تين واذا كان الخط المستقيم المذكور مماسا للقوس المذكور فلا يحدث
 الاحل واحد واذا كان لا يمكنه مقابلة القوس المذكور اصل هذه الدعوى
 لا يمكن حلها في هذه الحالة واما في الحالة الثانية فيمكن حلها من غير شك
 وفي الحالة الاولى يعلم انه اذا جعلت ثلاث زوايا مستوية فبعض الاوقات لا يمكن
 تركيب زاوية مجسمة مثلثية من تلك الزوايا لانه لا اجل امكان ذلك يلزم ان
 يكون حاصل جمعها اقل من اربع زوايا قائمة وان تكون كل زاوية منها اصغر من
 حاصل جمع الزاويتين الاخرتين مع بعضهما وتكون الزاوية الصغيرة منها
 اعظم من تفاضل الزاويتين الاخرتين وينتبت ذلك
 بالدعوتين الاخرتين من المقالة الخامسة في اصول
 لتردد فاذا لم يحصل ما ذكرناه فتركيب
 الزاوية لمجسمة بعد ادراك ثلاثة
 سطوح غير ممكن
 وبالله التوفيق

الان قدمت ترجمة اللازم من الهندسة الوصفية والى الطلبة اينعت اثمار
 رياضه الرهيه وتفجرت ينابيع حكمه الشبيه للواردين وقرت بجواهر
 مسائله اعين الناظرين فالحمد لله على الاعانه في البدء والختام والصلاة
 والسلام على خير الانام واله وصحبه البررة الكرام

To: www.al-mostafa.com